

NÚMEROS RACIONALES Y REALES

1. Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones:

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{6}{9}$ b) $\frac{-3}{7}$ y $\frac{-12}{28}$ c) $\frac{8}{5}$ y $\frac{24}{18}$

2. Completa las siguientes expresiones para que se cumplan las igualdades:

a) $\frac{1}{4} = \frac{\quad}{8}$ b) $\frac{\quad}{9} = \frac{8}{36}$ c) $\frac{-6}{5} = \frac{24}{\quad}$ d) $-\frac{\quad}{8} = \frac{9}{24}$

3. Escribe cuatro fracciones equivalentes a cada una de las siguientes fracciones:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{54}{36}$ c) $\frac{-7}{8}$

4. Simplifica las siguientes fracciones (halla la fracción irreducible equivalente a cada una de ellas):

a) $\frac{128}{192}$ b) $\frac{50}{90}$ c) $\frac{-126}{84}$ d) $\frac{180}{36}$ e) $\frac{2000}{800}$ g) $\frac{-125}{150}$ h) $\frac{-154}{231}$

5. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\frac{-9}{10} + \frac{7}{15} =$ b) $\frac{7}{12} + \frac{-5}{9} + \frac{1}{8} =$ c) $\frac{10}{9} + \left(-\frac{8}{15}\right) + 2 =$ d)

$-\frac{4}{45} - \left(-\frac{8}{27}\right) + (-1) =$

6. Realiza los siguientes productos:

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} =$ b) $\frac{-4}{9} \cdot \frac{6}{5} =$ c) $\frac{10}{17} \cdot 2 =$ d) $\frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) =$ e) $(-4) \cdot \frac{45}{14} =$ f)

$\frac{4}{7} \cdot \frac{-8}{9} \cdot \frac{21}{10} =$

7. Realiza las siguientes divisiones:

a) $\frac{6}{5} : \frac{3}{8} =$ b) $2 : \frac{1}{5} =$ c) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{5}} =$ d) $\frac{\frac{-12}{35}}{\frac{-20}{27}} =$

$$\text{e) } \frac{\frac{3}{8}}{4} = \quad \text{f) } \frac{\frac{5}{-2}}{\frac{-2}{9}} =$$

8. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

$$\text{a) } \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} - 3 \cdot \frac{1}{5} = \quad \text{c) } \frac{1}{4} + \frac{5}{2} : \frac{3}{4} - \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} = \quad \text{e) } -3 + \frac{5}{8} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{10}{3} \right) - \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{2} =$$

$$\text{b) } -\frac{5}{4} \cdot (-3) + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \quad \text{d) } \frac{7}{9} : \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) - 4 = \quad \text{f) }$$

$$\frac{5}{8} \cdot \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{4} \right) =$$

9. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

$$\text{a) } \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - 2 \right) - \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \right) = \quad \text{b) } -\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \right) + \frac{7}{\frac{2}{5}} =$$

$$\text{c) } 3 \cdot \left(-\frac{2}{5} \right)^2 - \frac{1}{3} : \left(\frac{2}{5} - 1 \right) =$$

10. Un concurso literario está dotado con 30.000 euros. Los tres premios que se otorgan se reparten la dotación de la siguiente forma: al primer premio le corresponden $\frac{2}{3}$ del total; al segundo, $\frac{1}{5}$; y, al tercero, el resto. ¿A cuánto asciende cada uno de los premios?

11. De los 1260 alumnos de un instituto, $\frac{1}{7}$ parte corresponden a alumnos de 3º de E.S.O., y de éstos últimos, las $\frac{4}{5}$ partes tienen 15 años. ¿Cuántos alumnos de 3º de E.S.O. tienen 15 años?

12. La parte visible de un iceberg es $\frac{1}{9}$ de su altura total. Se pide:

- Si la altura de un iceberg es de 108 m, ¿cuánto medirá su parte visible?
- Si la parte visible de un iceberg mide 35 m de altura, ¿cuál será la altura total del iceberg?
- ¿Y sabrías decir hasta qué profundidad llegará el iceberg?

13. De los 45 litros del depósito de gasolina de nuestro coche, gastamos en primer lugar las $\frac{2}{5}$ partes. A continuación, gastamos sus $\frac{5}{9}$ partes. ¿Qué fracción del depósito hemos gastado? ¿Cuántos litros nos quedarán?

14. De los 45 litros del depósito de gasolina, gastamos en primer lugar las $\frac{2}{5}$ partes. A continuación, gastamos las $\frac{5}{9}$ partes de lo que nos queda. ¿Qué fracción del depósito hemos gastado? ¿Cuántos litros nos quedarán?

15. Realiza las siguientes potencias:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3 =$ e) $5^{-2} =$ g) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$ i) $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-3} =$ k) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1} =$
m) $-4^{-2} =$

b) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$ d) $\left(\frac{-3}{5}\right)^4 =$ f) $(-3)^{-4} =$ h) $\left(-\frac{7}{2}\right)^3 =$ j) $\left(-\frac{2}{3}\right)^0 =$ l) $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} =$
n) $3^{-1} =$

16. Realiza las siguientes operaciones con potencias, aplicando las propiedades de las potencias:

a) $2^3 \cdot 2^5 =$ i) $(3^4 \cdot 3^2) : 3^3 =$ p) $(-3^0)^3 =$ x) $(-2^2)^3 : 2^{-4} =$
b) $(-3)^2 \cdot (-3)^4 =$ j) $6^2 : 6^2 =$ q) $(-3^3)^4 =$ y) $(-2^3)^{-2} : 2^{-4} =$
c) $5^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3 \cdot 2^6 =$ k) $2^{-4} : 2^{-6} =$ r) $(2^2 \cdot 3^3)^2 \cdot (-6)^2 =$ z) $[(-1)^0]^3 =$
d) $(-2)^5 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^2 =$ l) $(-3)^5 : (-3)^4 =$ s) $(2^2 \cdot 3^3)^2 \cdot 2^{-2} =$ aa) $[(-2)^3]^2 \cdot 4^{-3} =$
e) $7^3 \cdot 7^4 \cdot 5^3 \cdot 7^5 =$ m) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$ t) $\left(\frac{5}{7^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{5^{-3}}{7}\right)^6 =$ ab) $\left[\left(-\frac{4}{5}\right)^{-5}\right]^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$
f) $5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 5 =$ n) $(-2^3)^{-2} =$ u) $(2^{-2} \cdot 3^3)^3 \cdot 2^6 =$ ac) $(-3^2)^5 \cdot 6^{-3} =$
g) $2^7 : 2^5 =$ ñ) $(-2^{-2})^3 =$ v) $(5^{-2} \cdot 4^3)^3 \cdot 5^{-6} =$ ad) $-2^{-4} \cdot 10^3 : 12^{-2} =$
h) $2^5 \cdot 2^{-2} =$ o) $[(-3)^{-2}]^2 =$ w) $(-2^3)^2 : 2^{-4} =$ ae) $\frac{(-2)^3 \cdot (-2)}{(-2)^2} =$

17. Expresa en forma de potencia:

$$a) \frac{2^3 \cdot 4^{-2} \cdot (8^2)^{-1}}{16^{-2} \cdot 4} \quad b) \frac{27^3 \cdot 81^{-2} \cdot 3}{(3^2)^5 \cdot (3^{-1})^{-2}} \quad c) \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^2 \frac{1}{3}$$

18. Expresa las siguientes fracciones como números decimales y di de qué tipos de números decimales se tratan:

$$a) \frac{48}{12} \quad b) \frac{101}{25} \quad c) -\frac{481}{33} \quad d) \frac{78}{45} \quad e) \frac{-185}{32} \quad f) \frac{145}{9} \quad g) \frac{5417}{9900}$$

19. Escribe la fracción generatriz de cada uno de los siguientes números decimales:

$$a) 3'25 \quad b) 12\overline{5} \quad c) 6'1\overline{8} \quad d) 0'47 \quad e) 5'\overline{308} \quad f) 18'\overline{862}$$

$$g) 15'91\overline{2}$$

20. Calcula las siguientes raíces:

$$a) \sqrt{36} \quad b) \sqrt{49} \quad c) \sqrt{0,25} \quad d) \sqrt[3]{1000} \quad e) \sqrt{316,8} \quad f) \sqrt{-500}$$

$$g) \sqrt[4]{206} \quad h) \sqrt[5]{32}$$

21. Realiza las siguientes operaciones:

$$a) 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} \quad c) 4\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \quad e) \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} \quad g) \sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$$

$$i) (\sqrt{2})^4$$

$$b) 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \quad d) \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \quad f) (\sqrt{5})^2 \quad h) \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} \quad j) -\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

22. Un topógrafo mide la longitud de una recta de una carretera que mide exactamente 1.234 m. Por error, toma la medida de 1.229 m. ¿Qué error absoluto ha cometido? ¿Qué error relativo habrá cometido?

23. Un ciclista lleva un cuentakilómetros. Para comprobar su fiabilidad hace una prueba: se coloca en el kilómetro 12 de una carretera, pone el cuentakilómetros a cero y va hasta el kilómetro 13. Cuando llega ve que el cuentakilómetros marca 1004 m. ¿Qué error absoluto ha cometido el cuentakilómetros? ¿Qué error relativo habrá cometido?

24. Escribe con notación científica las siguientes cantidades:

$$a) 3567 \quad b) 0'0085 \quad c) 16000000 \quad d) 567'83 \quad e) 0'00000007 \quad f) 9480000000$$

25. Escribe en forma decimal las siguientes cantidades expresadas en notación científica:

$$a) 8'3 \cdot 10^4 \quad b) 6'32 \cdot 10^{-3} \quad c) 5 \cdot 10^6 \quad d) 1'74 \cdot 10^{-1} \quad e) 4'07 \cdot 10^8 \quad f) 3'1 \cdot 10^{-6}$$

SUCESIONES

- Sea la progresión aritmética siguiente: 3, 7, 11, Se pide:
 - Escribe su término general.
 - Calcula a_{50}
 - ¿Qué significa la expresión S_{18} ? ¿Cuál será su valor?
- De una progresión aritmética conocemos $a_7 = 19$ y $d = -3$. Halla a_1 y a_{23}
- De una progresión aritmética conocemos $a_1 = -4$ y $a_{10} = 50$. Halla a_{20} y S_{15}
- Sea la progresión geométrica siguiente: 2, 6, 18, Se pide:
 - Escribe su término general.
 - Calcula a_7 y a_{12}
 - ¿Qué significa la expresión S_{12} ? ¿Cuál será su valor?
- Sea la progresión geométrica 8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, ... con infinitos términos. Se pide:
 - Calcula a_{10} y S_{10}
 - ¿Cómo llamaremos a la suma de sus infinitos términos? ¿Por qué podemos calcularla? Calcúlala.
- Halla el término general de las siguientes sucesiones:
 - $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$
 - $1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, 4 \cdot 6, \dots$
- Calcula el término 10 de las sucesiones siguientes: $a_n = 5 - 2n$, $b_n = 1 + \frac{(-1)^n}{2}$
- Define, por recurrencia, la sucesión 5, 11, 23, 47,
- Escribe el término general y calcula la suma de los 20 primeros términos de la sucesión: 5, 7, 9, 11,
- Halla la diferencia y el primer término de una progresión aritmética en la que $a_3 = 8$ y $a_8 = 33$
- ¿Cuál de estas sucesiones es una progresión aritmética:
 - 10, 25, 35, 40, ..
 - 1, 3, 6, 10, ..
 - $5, \frac{9}{2}, 4, \frac{7}{2}, \dots$
 - 2, 4, -8, 16, ..
- Escribe el término general y calcula la suma de los ocho primeros términos de la sucesión: 0,1; 0,2; 0,4; 0,8; 0,16.....

13. Una empresa ofrece a un empleado un sueldo de 1.000€y una subida de 100€al año. Otra le ofrece el mismo sueldo con una subida del 10% anual. Razona cuál de las dos es mejor, comparando el sueldo dentro de 10 años.
14. Para rodar un anuncio se ha contratado a un gran número de personas, que deben colocarse en 51 filas. Cada fila tiene dos personas más que la anterior y en la fila 26 tiene que haber 57 personas. Averigua cuantas personas hay en la primera fila, cuantas en la última y el número total de personas que intervienen en el anuncio.

POLINOMIOS

1. Realiza las siguientes operaciones con monomios:

1) $2x + 7x =$	24) $(-x^2)^2 \cdot (2x)^3 =$
2) $-3x^2 - 8x^2 =$	25) $\frac{8x^3}{2x} =$
3) $6x^2 - 2x^2 =$	26) $\frac{-7x^5}{3x^2} =$
4) $-12x^3 + x^3 =$	27) $\frac{12x^3}{4x^3} =$
5) $4x^3 + 8x^2 =$	28) $-9x^2 + 5 - 7x + 3x - 8 + 3x^2 =$
6) $15y^2 + y^2 - 3y^2 =$	29) $-7x^3 \cdot (-4x) =$
7) $24x^2 - 3x + 5x^2 + 7x =$	30) $5x^3 + 10x^2 - 15 + x^3 - 10 + x^2 =$
8) $2x - 3x^3 + 3x - 15x + 3x^3 =$	31) $(-4x^2y)^2 =$
9) $x^2 - 2x^2 + 5x - 7 + x =$	32) $2 \cdot (-3x^2) - 4 \cdot (-x^2) =$
10) $4 \cdot (5x^2) =$	33) $\frac{6x^4}{5x} =$
11) $-8 \cdot (-2x^3) =$	34) $7x + 9x - 10x - 6x + 12x =$
12) $6x \cdot (-3x^2) =$	35) $\frac{(3x^2)^3}{7x^3} =$
13) $-4y^2 \cdot (7y^2) =$	36) $8y^3 + 4y - 7 + y^2 + y + 13 - y^3 + 4y^2 =$
14) $x^4 \cdot (-x^2) =$	37) $4x^2 \cdot (5x) \cdot (-3x^2) =$
15) $2xy^2 \cdot (-9x^2y^2) =$	38) $(3x)^2 \cdot (2x^3)^2 =$
16) $2 \cdot (3x) - 5 \cdot (-8x) =$	39) $13x^2 - 11 + 9x - 2 + x^2 - 8 + 6x - 3x^2 =$
17) $8x^2 - 7x + x - 5x^2 + x^2 + 6x =$	40) $10y^2 + 4y^2 - 17y^2 + 8y^2 + 4y^2 - 9y^2 =$
18) $4x \cdot (-2x) \cdot (5x^3) =$	41) $(-7x^3)^0 =$
19) $(5x)^2 =$	42) $2x \cdot (3x) \cdot (6x) =$
20) $(-3y^2)^3 =$	43) $-5 + 6x - 7 - 4x + 8x + 12 - 9x + 3 =$
21) $(-x^2)^2 =$	
22) $5x^2 + 9 - 8x^2 + 5x - 3 =$	
23) $(2x)^2 \cdot (3x^3) =$	

2. Realiza las siguientes operaciones con polinomios:

a) $(3x^2 - 5x + x^3) + (6x^2 + 7x - 12 + 2x^3) =$

i) $(-x^2 + x) \cdot (3x - 2) =$

b) $(-2x^2 + 6x - 9) + (8x + 6x^2) - (9x^2 + 3 - 12x) =$

j) $(2x^2 - 3x + 5) \cdot (-2x + 3) =$

c) $(3x - 5x^2) - (-x^2 + 4x - 6) - (9x + 4x^2 - 12) =$

k) $(6x^2 - 3x + 2) \cdot (-5x^2 - x + 9) =$

d) $5 \cdot (-8x + 7) =$

l) $(-3x + 4)^2 =$

e) $-2 \cdot (-x^2 + 3x - 5) =$

m) $(2x^2 - 6x - 1)^2 =$

f) $x \cdot (x^2 - 5x + 7) =$

n) $(-3x - 1 + x^2)^2 =$

g) $-3x^2 \cdot (-8x + 4 - 3x^2) =$

ñ) $(x - 1)^2 \cdot (-2x + 3) =$

h) $(3x - 5) \cdot (-2x + 4) =$

o) $(2x + 1)^2 \cdot (x - 2)^2 =$

3. Realiza las siguientes operaciones (aplicando la fórmula correspondiente allá donde se pueda):

a) $(x + 2)^2 =$

c) $(-2x + 5)^2 =$

e) $(x^2 - 2x)^2 =$

g) $(-3x - 1)^2 =$

b) $(x - 3)^2 =$

d) $(3x + 5) \cdot (3x - 5) =$

f) $(x^2 - 3x + 2)^2 =$

h)

$(3x^2 - 5x^3)^2 =$

4. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $-x \cdot (2x - 6) - (x + 3) =$

c) $-x^2 + x \cdot (x - 7) - 3 \cdot (-x + 5) =$

e)

$x^2 \cdot (-3x + 9) - (2x - 1) \cdot (-8x) =$

b) $(5x - 1) \cdot x - (x + 2) \cdot (x + 4) =$

d) $-(x + 1) \cdot (-x + 3) - x \cdot (-5 + 2x) =$

f)

$-(x - 1) \cdot (5x - 4) - 3x \cdot (-x^2 + 5x) =$

5. Escribe una expresión algebraica que responda a los siguientes enunciados:

a) La mitad de la suma de os números

b) El doble de la suma de un número más dos.

c) La diferencia entre el doble de un número y el triple de otro.

d) La tercera parte del cuadrado de un número menos la cuarta parte del cubo de otro.

e) La entrada a un cine cuesta x €, y cada bolsa de palomitas cuesta y €. Si 4 amigos van al cine y se compran tres bolsas de palomitas, ¿cuánto se gastan?

f) El perímetro de un rectángulo de base x cuya altura es el triple de la base. ¿Cuál es su área?

6. Calcula y luego ordena como un solo polinomio

a. $1 + 2x - x^3 + 4(2 + 3x^2 - x^3) + 4x^3$

b. $6(2x - 4) - 5(x^2 + 3x - 5) + 7(x^2 - 6x + 10)$

c. $-4x^2(5x - 3) - 8x(3x^2 - 1)$

d. $3(2x - 5) - (x - 2)(x + 5)$

7. Dados los polinomios $A(x) = 2x + 3$, $B(x) = 1 - x^2$ y $C(x) = x^3 - 2x + 1$. Calcula:

a. $A(x) + B(x) - C(x)$

b. $[A(x)]^2 + B(x)$

c. $B(x) \cdot C(x)$

d. $2 C(x) - A(x) \cdot B(x)$

8. Desarrolla los siguientes productos notables:

- a. $(x + 7y)^2$
- b. $(4x^3 + 3y)^2$
- c. $(2x - 5y)^2$
- d. $(-2x^3 - a^2)^2$
- e. $(11t + 9z)(11t - 9z)$

9. $(-5x + 7y)(-5x - 7y)$

10. Extrae factor común:

- a. $32x - 32x^2$
- b. $9x^3 - 3x^2 + 6x$
- c. $-2 \cdot (a-b) + x \cdot (a-b)$
- d. $4a(2x-1) + 3(2x-1)$
- e. $(2+3x)(x^2 - 1) + (2+3x)(x+1)$
- f. $(5x-6)^2 - x(5x-6)$
- g. $(x+2)(3x-1) + (2-x)(x+2)$
- h. $x^2(x-1) + x^2(x-2) + x^2(x-3)$

11. Expresa como cuadrado de una suma ó de una diferencia:

- a. $x^2 - 12x + 36$
- b. $x^2 + 9 + 6x$
- c. $4x^2 + 4x + 1$
- d. $9x^2 - 12x + 4$
- e. $4x^2 + 9 - 12x$
- f. $x^4 + 4x^2 + 4$

12. Expresa como producto de una suma por una diferencia

- a. $9x^2 - 25$
- b. $1 - x^2$
- c. $x^4 - 16$
- d. $25y^2 - 4$
- e. $81 - 9a^4$
- f. $4x^2 - 9$

13. Saca factor común y factoriza teniendo en cuenta las igualdades notables:

- a. $x^3 + 6x^2 + 9x$
- b. $x^4 - 16x^2$
- c. $3x^4 - 24x^3 + 48x^2$

ECUACIONES Y SISTEMAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{2} + \frac{x-2}{6} = \frac{2x-6}{2}$ c) $\frac{4x-3}{5} = -x - \frac{8-x}{10}$ e) $2x - 3 \cdot \left(x - \frac{x-2}{5} \right) = -x$

b) $x - \frac{x}{3} + \frac{1-5x}{6} = -\frac{-x+1}{4}$ d) $-\frac{-5x+1}{4} = -3 \cdot \left(\frac{x-4}{6} - \frac{x}{8} \right)$

f) $-\frac{-3+x}{8} - \frac{x-1}{6} = \frac{3x-4}{4} + x$

2. Resuelve, por el método indicado, los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ (r, i, s) b) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$ (i, s) c) $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = -16 \end{cases}$ (r, s)

d) $\begin{cases} -2x + 5y = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ (r, s) e) $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$ (gráficamente)

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$ e) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ i) $2x^2 = 3$ m) $6x^2 - 5x - 6 = 0$
b) $2x^2 + 7x + 5 = 0$ f) $8x^2 - 5x = 0$ j) $x^2 + 1 = 0$ n) $x^2 - 2x + 5 = 0$
c) $x^2 - 6x + 9 = 0$ g) $4x^2 - 36 = 0$ k) $3x^2 + 5x = 0$ ñ) $10x^2 + x - 2 = 0$
d) $3x^2 - 4x + 7 = 0$ h) $6x^2 - 5x - 4 = 0$ l) $x^2 - 1 = 0$ o) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

4. Halla el número que sumado con 10 dé lo mismo que si a su duplo se le resta 5.

5. Dos números son tales que su suma es 44 y el mayor supera al menor en 8 unidades. ¿Cuáles son dichos números?

6. Un número es tal que si a su duplo se le restara 5 se obtendría el mismo resultado que si a su mitad se le sumara 13. Halla dicho número.

7. Ángela y Manu han comprado lápices y cuadernos. En total han comprado 16 artículos. Si han comprado el triple de lápices que de cuadernos, ¿cuántos lápices y cuántos cuadernos han comprado?

8. Jaime y Marta tienen que clavar un poste de la siguiente manera: $\frac{1}{3}$ parte de su longitud bajo tierra, $\frac{1}{4}$ parte bajo agua, y que sobresalga 5 metros. ¿Qué longitud total han de dar al poste?

37. Un club tiene 103 socios entre hombre y mujeres. Se dan de alta 5 hombres más y 2 mujeres se dan de baja, siendo entonces el mismo número de socios hombres que mujeres. ¿Cuántos hombres y mujeres eran socios en un principio?

9. Dos números son tales que la suma de uno de ellos más el triple del otro es 75, mientras que la resta del doble del primero menos el segundo es 80. ¿Cuáles son dichos números?

39. Hugo y Ana han de recorrer un trayecto. Para ello, el primer día recorren las $\frac{2}{5}$ partes del trayecto y el segundo, $\frac{1}{4}$ parte. Si aún les quedan 21 kilómetros, ¿cuál es la longitud total del trayecto que debían recorrer?

10. Entre Étienne y Noelia tienen 57 €. Étienne dice a Noelia: “Si yo tuviese 5 € más, los dos tendríamos lo mismo.” ¿Cuántos euros tiene cada uno?

11. Iván tiene un campo en forma rectangular y está rodeado por una valla que mide 3600 metros. Si de largo es el doble que de ancho, ¿cuánto mide cada uno de sus lados?

12. Entre Alba y Raquel tienen 80 €. Alba dice a Raquel: “Si tú me dieras 8 € las dos tendríamos lo mismo.” ¿Cuántos euros tiene cada una?

13. Ecuaciones de grado mayor de 2:

a) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

b) $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$

c) $x^4 - 4x^2 + 4 = 0$

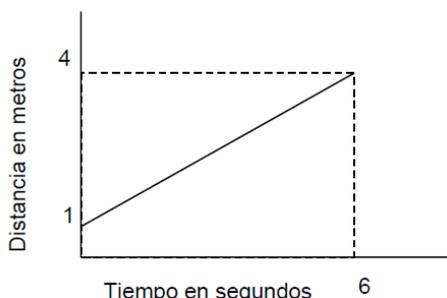
d) $x^3 + x^2 - 4x + 4 = 0$

e) $x^4 - 16 = 0$

f) $x^3 + x^2 - 12x = 0$

FUNCIONES. CARACTERÍSTICAS

1. Interpreta la siguiente gráfica, que representa la distancia a la que está una bicicleta del instituto según el tiempo transcurrido desde que empezó a correr:



- ¿Cuál es la distancia recorrida en los 6 segundos?
- ¿Cuánto tiempo se tarda en recorrer 2 metros?
- ¿A qué distancia estará al cabo de 3 segundos?

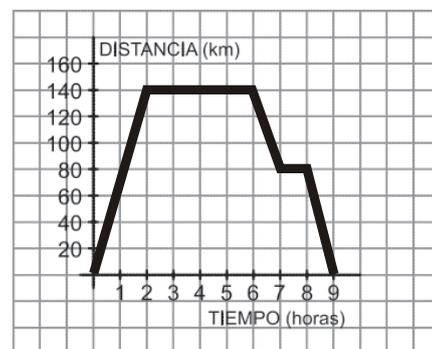
2. Construye la gráfica que corresponde a los datos de la siguiente tabla:

Edad (años)	Peso (kg)
0	3
1	5
2	8
3	12
4	16

- Observa la gráfica y escribe una frase que indique la relación que hay entre la edad y el peso
- ¿En qué año ha aumentado más el peso?

3. La siguiente gráfica representa una excursión en autobús de un grupo de estudiantes, reflejando el tiempo (en horas) y la distancia al instituto (en kilómetros). Se pide:

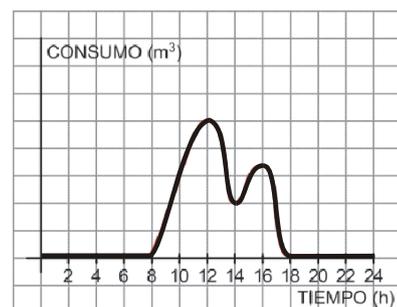
- ¿A cuántos kilómetros estaba el lugar que visitaron?
- ¿Cuánto tiempo duró la visita al lugar?
- ¿Hubo alguna parada a la ida? ¿Y a la vuelta?
- ¿Cuánto duró la excursión completa (incluyendo el viaje de ida y el de vuelta)?



4. Representa la gráfica de la función cuya expresión analítica es $y = 2x + 1$.

5. El consumo de agua en un colegio viene dado por esta gráfica. Se pide:

- ¿Durante qué horas el consumo de agua es nulo? ¿Por qué?
- ¿A qué horas se consume más agua? ¿Cómo puedes explicar esos puntos? c) ¿Qué horario tiene el colegio?
- ¿Por qué en el eje X solo consideramos valores entre 0 y 24? ¿Qué significado tiene?



6. La velocidad de un cierto caminante es de 5 km/h. Se pide:
- Halla la expresión analítica de la función "espacio recorrido en un cierto tiempo."
 - ¿Qué tipo de función es?
 - Representala gráficamente desde 0 h a 10 h.
 - ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g?
7. La tarifa de una empresa de mensajería con entrega domiciliaria es de 12 €por tasa fija más 5 €por cada kg. Se pide:
- Halla la expresión analítica de la función "Precio del envío" en función de su peso en kg.
 - ¿Qué tipo de función es?
 - Representala gráficamente desde 0 kg a 15 kg.
 - ¿Cuánto costará enviar un paquete de 750 g?

8. Observa la siguiente tabla y contesta:

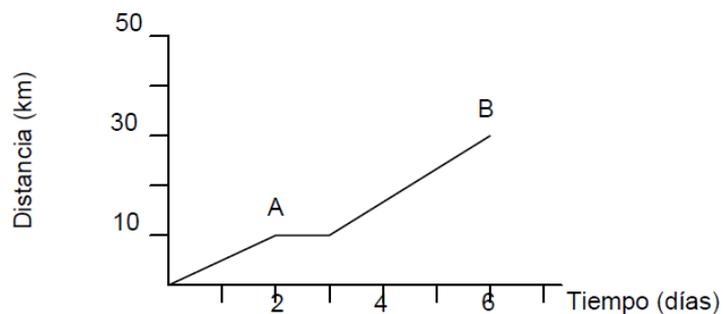
Grosor del libro (cm)	1	2	3	4	5	6	7
Nº de páginas	200	400	600	800	1.000	1.200	1.400

- ¿Qué variables se relacionan?
 - ¿Cuál es la imagen de 1?
 - ¿Cuál es la antiimagen de 800?
 - ¿Cuál es la imagen de 1,5?
9. Representa la gráfica que relaciona la duración de una llamada telefónica con su precio:

Duración (segundos)	5	10	15	20	25
Precio (euros)	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35

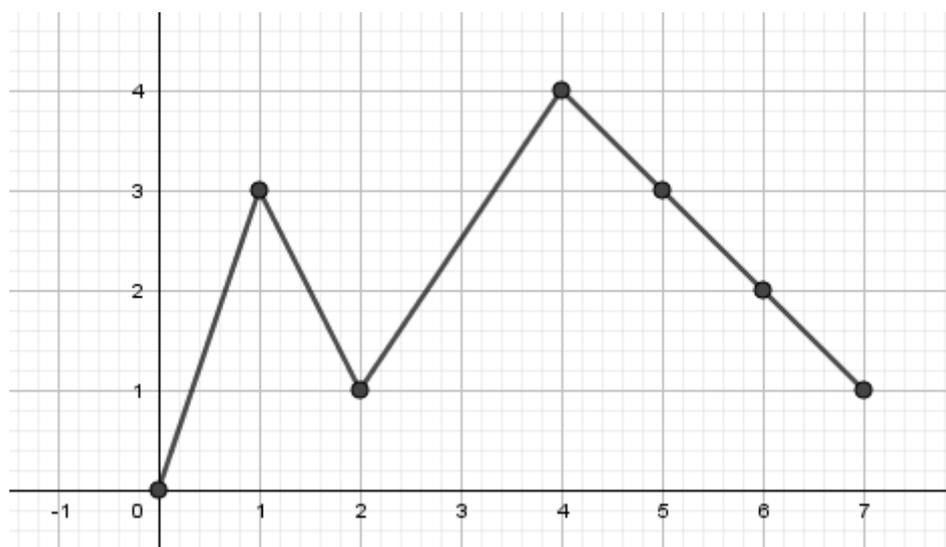
10. Un coche A recorre 200 km en 2 horas y luego recorre 400 km más en las 5 horas siguientes. Otro coche B sale del mismo sitio y recorre 500 km en 6 horas. Representa en una misma gráfica el movimiento de ambos coches.
- ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de los coches?
 - ¿A qué distancia del origen se encuentra el coche A a las 4 horas?
11. Representa en unos ejes de coordenadas el punto $(-7, 5)$. Construye un cuadrado de lado 2 cuyo vértice superior izquierdo sea este punto. ¿Cuáles son las coordenadas de los otros tres vértices?
12. Busca la imagen de $x=1$ y de $x=-2$ por la función $f(x)=3x+2$. Busca la antiimagen por esta misma función de $y=-1$ y de $y=2$.

13. Observa la siguiente gráfica y contesta:



- ¿Qué magnitud indica el eje de ordenadas?
- ¿En qué unidades se expresa la magnitud del eje ordenadas?
- ¿Cuántas unidades hay entre dos marcas consecutivas del eje ordenadas?
- ¿Qué magnitud indica el eje abscisas?
- ¿En qué unidades se expresa la magnitud del eje abscisas?
- ¿Cuántas unidades hay entre dos marcas consecutivas del eje abscisas?
- ¿Qué coordenadas tiene el punto A? ¿Y el punto B?

14. Escribe el intervalo en el que la función es creciente y el intervalo en el que es decreciente:



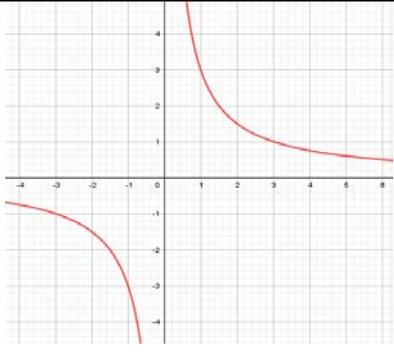
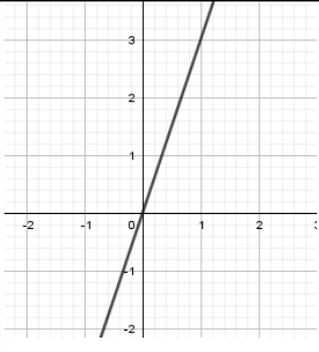
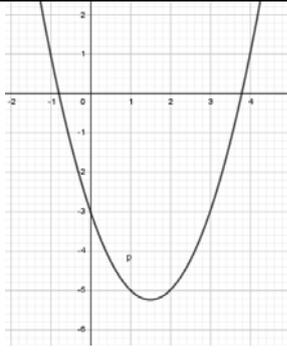
Indica las coordenadas de los siguientes puntos de la gráfica:

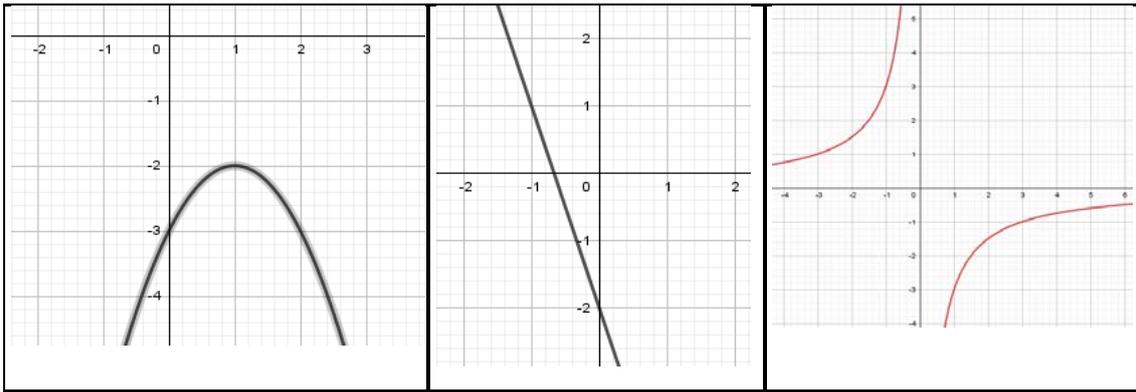
- Máximo absoluto
- Máximo relativo
- Mínimo absoluto
- Mínimo relativo

FUNCIONES ELEMENTALES

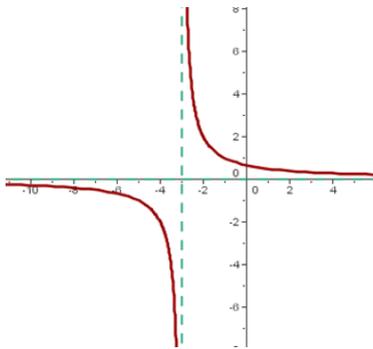
1. Representa la función $y = -x$
2. Representa la función lineal $y = 3x$, e indica su pendiente.
3. Dada una función lineal $y = mx$, si $m < 0$ ¿la función será creciente o decreciente?
4. Representa gráficamente la función afín $y = 2x + 3$.
5. Representa la función afín de pendiente -2 y ordenada en el origen -1 . ¿Cuál es su ecuación?
6. Obtén la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1, 2)$ y $(3, 1)$.
7. Obtén la ecuación de la recta de pendiente 5 y que pasa por el punto $(3, 4)$.
8. Determina la ecuación de la recta, en los siguientes casos:
 - a. Que pase por $A(-1, -3)$ y sea paralela a $y = 2x + 1$.
 - b. Que pase por $A(-2, -1)$ y sea paralela a la recta que pasa por $B(2,1)$ y $C(1,5)$.
9. Estudia si las siguientes parejas de rectas son paralelas o secantes.
 - a. $y = 3x + 1$, $y = 2x - 1$
 - b. $y = -1x + 2$, $y = -x - 3$
10. Halla el punto de corte de las rectas, representándolas.
 - a. $y = -5x - 1$
 - b. $y = -2x + 2$
11. Halla el punto de corte de las rectas, resolviendo el sistema por el método que consideres más adecuado.
 - a. $y = 3x$
 - b. $y = x + 1$
12. Representa gráficamente las siguientes rectas paralelas a los ejes:
 - a) $y = 2$
 - b) $x = 0$
 - c) $y = 500$
 - d) $x = 3$
 - e) $y = 0$
 - f) $y = 2x - 1$
13. En la factura telefónica hay que pagar una cantidad fija por estar abonado, y una cantidad variable en función de las llamadas que hemos realizado. Si la cuota de abono es de 30 euros y el coste de las llamadas es de 3 céntimos de euro por minuto.
 - a. Escribe la expresión que nos da la cantidad que tenemos que pagar en función de las horas que hemos hablado.
 - b. ¿Cuánto pagaremos si hablamos 2 horas y 30 minutos?
14. Queremos vender nuestro coche a una empresa de coches usados, y nos dicen que nos pagan por él 5.000 euros, pero que cada año que pase nos darán 300 euros menos.

15. Expresa la relación que hay entre lo que nos pagarán por el coche (y) en función de los años que pasen (x).
- a. ¿Cuánto nos pagarán por él si lo vendemos dentro de dos años?
16. Lucas tiene una hucha en la que ahorra todas las semanas 1 euro y 50 céntimos.
- a) La relación entre el tiempo ahorrando (t) y dinero ahorrado (d), ¿de qué tipo es?
- b) Escribe la expresión algebraica de la función que relaciona ambas magnitudes (t en semanas y d en euros).
- c) Representa dicha función.
- d) ¿Cuánto dinero tendrá después de 5 meses ahorrando?
17. Representa las funciones cuadráticas: $f(x) = -x^2 + 4$, $g(x) = x^2 + 2$;
 $h(x) = 4x^2 - 13x - 12$
18. Considera la función $y = -x^2 + 7x - 10$. Se pide:
- a. Puntos de corte
- b. Representala gráficamente y comprueba las soluciones que obtuviste en el apartado anterior.
- c. Eje de simetría.
19. Considera las funciones $y = 3x - 2$ e $y = 2x^2 - 8x + 7$. Se pide
- a) Puntos de corte
- b) Representalas gráficamente y comprueba las soluciones que obtuviste en el apartado anterior.
- c) Eje de simetría de la parábola
- d) Cortes con los ejes de coordenadas.
20. Relaciona cada una de las gráficas siguientes con su ecuación, justificando la respuesta y di el tipo de función y de gráfica.

a) $y = 3x$	b) $y = -3x - 2$	c) $y = x^2 - 3x - 3$
d) $y = -x^2 + 2x - 3$	e) $y = -\frac{3}{x}$	f) $y = \frac{3}{x}$
		

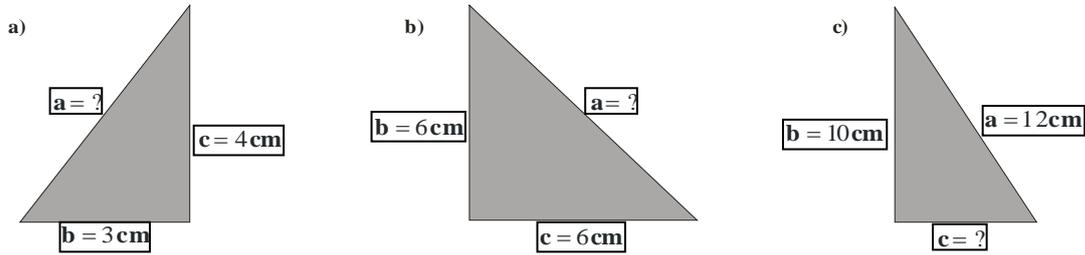


21. Encuentra la ecuación de la siguiente función:

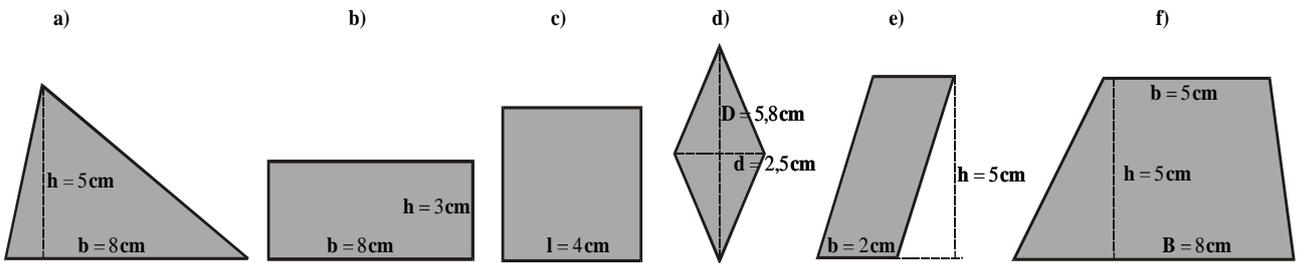


GEOMETRÍA

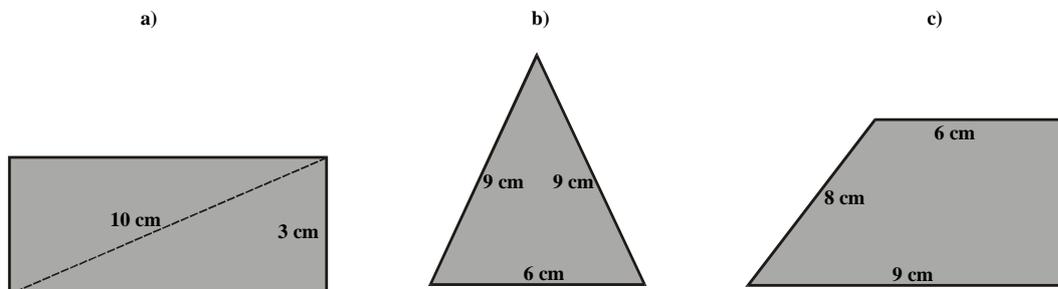
1. Escribe el enunciado y las fórmulas del teorema de Pitágoras. Halla el lado que falta en cada uno de los triángulos rectángulos del dibujo y calcula el perímetro de cada uno de ellos.



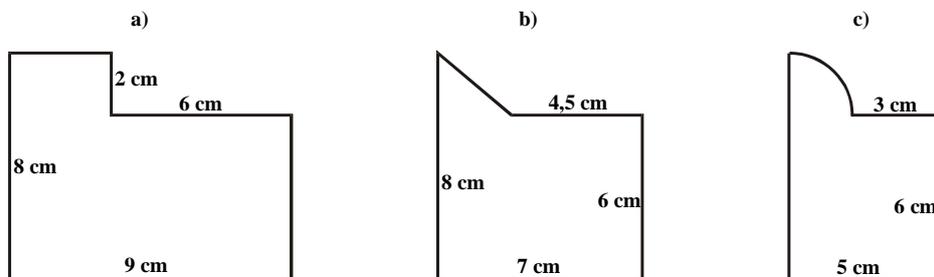
2. En un triángulo isósceles, la base mide 8 cm. y la altura 12 cm. Halla su perímetro.
 3. Sea un hexágono regular de 6 cm de lado. Halla su área.
 4. Calcula el área de los siguientes polígonos:



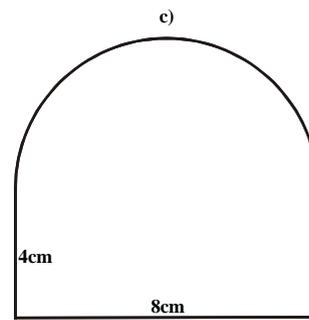
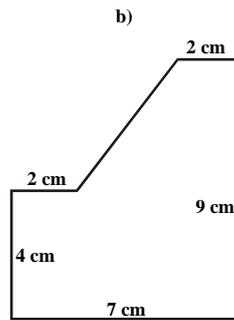
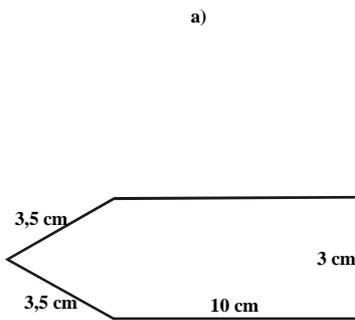
5. Calcula el área de un cuadrado de 48 cm de perímetro.
 6. Calcula el área de un rombo de 6 cm de lado si una de sus diagonales mide 10 cm.
 7. Calcula la longitud de una circunferencia de 6 cm de radio y el área de su círculo.
 8. Calcula el área de los siguientes polígonos:



9. Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

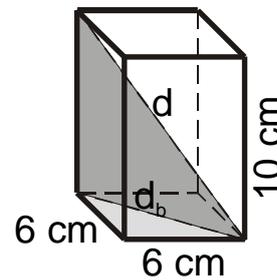


- 26°.- Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:



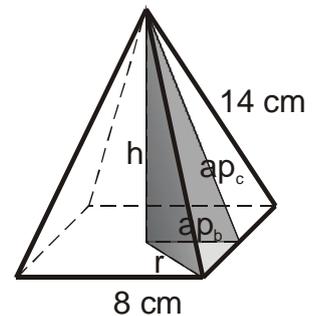
10. Respecto al paralelepípedo regular adjunto, contesta los siguientes apartados:

- Halla el área de su base.
- Halla su área lateral.
- Halla su área total.
- Halla la diagonal de su base.
- Halla la diagonal del prisma.
- Halla su volumen.



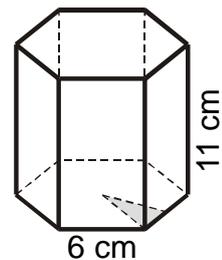
11. Respecto a la pirámide regular adjunta, contesta los siguientes apartados:

- Halla su área lateral.
- Halla su área total.
- Halla su volumen.



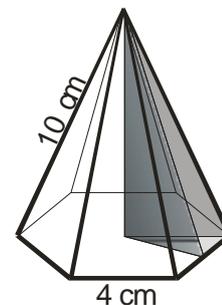
12. Respecto al prisma regular adjunto, contesta los siguientes apartados:

- Halla su área lateral.
- Halla su área total.
- Halla su volumen.



13. Respecto a la pirámide regular adjunta, contesta los siguientes apartados:

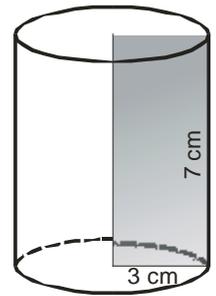
- Halla el área de su base.
- Halla el área de una de sus caras laterales.
- Halla su área lateral.
- Halla su área total.



e) Halla su volumen.

14. Respecto al cilindro adjunto, contesta los siguientes apartados:

- a) Halla el perímetro y el área de su base.
- b) Halla su área lateral.
- c) Halla su área total.
- d) Halla su volumen.

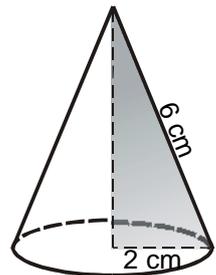


15. Calcula el volumen de una columna de 4 m de alta y 1'5 m de longitud de la base.

16. Una piscina con el fondo horizontal tiene 9 m de largo y 4 m de ancho. Si contiene $115'20 \text{ m}^3$ de agua, ¿cuál será su profundidad?

17. Respecto al cono adjunto, contesta los siguientes apartados:

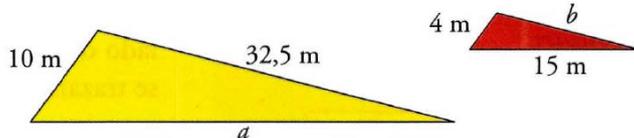
- a) Halla el perímetro y el área de su base.
- b) Halla su área lateral.
- c) Halla su área total.
- d) Halla su altura.
- e) Halla su volumen.



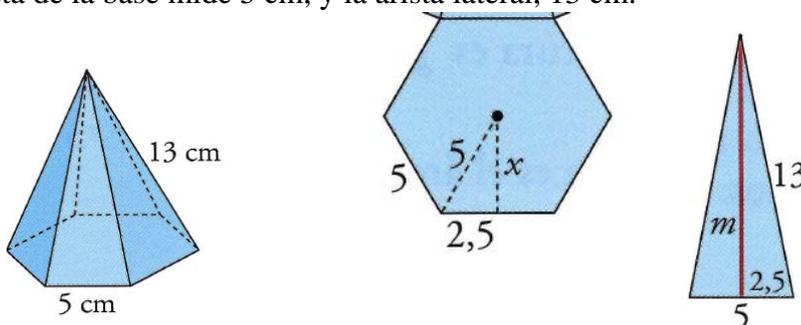
18. La altura de un cono mide 18 cm y la generatriz, 25 cm. ¿Cuál será el volumen de dicho cono?

19. Halla la superficie y el volumen de una esfera de 3 cm de radio.

20. Da la definición de triángulos semejantes y la condición para que dos triángulos sean semejantes. Halla las longitudes de los lados a y b sabiendo que estos dos triángulos tienen sus lados paralelos. Da la definición de circunferencia y la longitud del arco de la circunferencia de radio $r = 2$, correspondiente a un ángulo central de amplitud 60° .

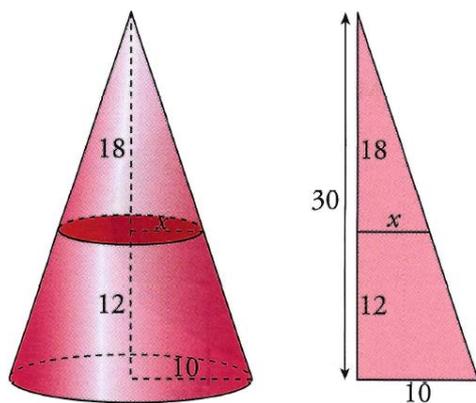


21. Calcular el área lateral de una pirámide recta hexagonal regular, sabiendo que la arista de la base mide 5 cm, y la arista lateral, 13 cm.



22. Enuncia con palabras y matemáticamente el teorema de Pitágoras. Los lados paralelos de un trapecio miden 17m y 38m, Los otros dos 13m y 20m. Halla su altura y su área.

23. Un cono de 10 cm de radio en la base y 30 cm de altura se corta por un plano paralelo la base a 12 cm de ella.



Determina, usando la semejanza, el valor del radio, x , de la circunferencia en la que el plano corta al cono (0,75 puntos)

Escribe la fórmula del volumen del tronco de cono y calcula el volumen del tronco de cono obtenido (0,75 puntos)

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA

1. En la clase de educación física se ha pedido a cada estudiante que lance 10 veces la pelota de baloncesto desde la línea de personal. Estos resultados son las canastas conseguidas por cada estudiante: 4,5,7,3,5,2,6,5,4,4,5,8,6,5,7,4,3,5,7,1,2,4,3,6,3,3,3,5,4,4,2.
- Construir una tabla de frecuencias y representarla.
 - Calcular la media y la desviación típica. Calcular también el coeficiente de variación.
 - Construir la tabla de frecuencias acumuladas y de porcentajes acumulados y, a partir de ella, hallar la mediana, Me.

2. Los siguientes datos corresponden al número de faltas de ortografía cometidas en un dictado por los 20 alumnos de 3º ESO:

0, 1, 1, 2, 2 1, 0, 2, 4, 1 2, 2, 1, 1, 0 1, 2, 3, 4, 3

- Calcular la media, la moda, la mediana, la desviación típica
 - Representar los datos en un diagrama de sectores.
3. La siguiente tabla muestra los lanzamientos de jabalina que se han realizado en la clasificación para los juegos olímpicos:

- Realizar un histograma para representar la variable distancia
- Calcular la frecuencia relativa del intervalo 62 a 66.
- Calcular las marcas de clase, la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de la variable distancia.

Distancia (m)	N.º de lanzadores
54 a 58	4
58 a 62	11
62 a 66	24
66 a 70	9
70 a 74	5

4. La siguiente tabla nos da el peso de un grupo de personas:

Peso	Personas
50 a 58	6
58 a 66	12
66 a 74	21
74 a 82	16
82 a 90	5

- Realizar un histograma para representar la variable peso
- Calcular el intervalo modal y la frecuencia relativa del intervalo 74 a 82
- Calcular las marcas de clase, la media y la desviación típica

5. Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas en una evaluación por los estudiantes de una clase:

Número de suspensos	N.º de estudiantes
0	10
1	4
2	5
3	2
4	4
5	3

- Realizar un diagrama de barras para representar la variable número de suspensos.
- Calcular la frecuencia relativa y el % de los que suspenden 3 asignaturas
- Calcular el número medio de suspensos, la desviación típica y el coeficiente de variación de la variable número de suspensos

PROBABILIDAD

6. Lanzamos un dado con forma de octaedro, con sus caras numeradas del 1 al 8. Evalúa estas probabilidades:
- $P[\text{múltiplo de 3}]$
 - $P[\text{menor que 5}]$
 - $P[\text{número primo}]$
 - $P[\text{no múltiplo de 3}]$
7. Extraemos dos cartas de una baraja española. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea un REY y la segunda un AS?
8. Se extraen 3 cartas con reemplazamiento. Halla:
- $P[\text{As en 1ª y FIGURA en 2ª y 3ª CARTA}]$
 - $P[3 \text{ ASES}]$
 - $P[\text{un AS y dos FIGURAS}]$
 - $P[\text{ningún AS}]$
9. Lanzamos un dado con 6 caras, suponiendo que está correctamente fabricado, Calcula:
- la probabilidad de que salga 1 o 2
 - Describe el suceso mayor que 2 y calcula su probabilidad
 - Describe el suceso que salga par y calcula su probabilidad
 - Describe el mayor que 7 y calcula su probabilidad
10. Escogemos al azar un día cualquiera de la semana
- Da la definición de espacio muestral y di cual es el espacio muestral en este experimento.
 - Describe el suceso día laborable y calcula su probabilidad
 - Describe el suceso de los días que empiezan por M y calcula su probabilidad
 - Describe el suceso de los días que no terminan en "es" y calcula su probabilidad
11. Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos c número obtenido.
- ¿Cuál es el espacio muestral?
 - Escribe los sucesos: $A = \text{Menos de 5}$, $B = \text{Más de 7}$, $C = \text{Número par}$, $D = \text{No múltiplo de 7}$
 - Calcula las probabilidades $P(A), P(B), P(C), P(D)$

