NÚMEROS REALES

Nombre: **CURSO: 4º -**

1.- Expresa los siguientes subconjuntos de **R** como intervalos y dibújalos sobre la recta real indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) $\{x \in R / 2 < x < 6\}$ e) $\{x \in R / -1 < x \leq 5\}$ i) $\{x \in R / -8 \leq x < -2\}$

b) $\{x \in R / 2 \leq x \leq 6\}$ f) $\{x \in R / -\sqrt{3} \leq x < 10\}$ j) $\{x \in R / 0 < x < 7\}$

c) $\{x \in R / 2 < x\}$ g) $\{x \in R / x \leq 5\}$ k) $\{x \in R / -9 \leq x \leq \sqrt{2}\}$

d) $\{x \in R / x < 6\}$ h) $\{x \in R / -1 \leq x\}$ l) $\{x \in R / 4 < x < 11\}$

2. Expresa como conjuntos y dibuja sobre la recta real los siguientes intervalos, indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) (3 , 7) c) (-4 , 6] e) (-∞ , 3) g) (-10 , -1) i) [-4 , -2) k) (-∞ , -5]

b) [-5 , 0] d) [7 , 12) f) [9 , +∞) h) [12 , 18] j) (-3 , -2'5] l) (-7 , +∞)

3. Expresa como conjuntos, escribe como intervalos y representa sobre la recta real los siguientes entornos:

a) $E_2(5)$ b) $E(-1\,;7)$ c) $E_{0'6}(7)$ d) $E(0\,;6)$ e) $E\left(-5;\frac{1}{2}\right)$

4. Halla el punto medio de los siguientes intervalos y expresa como entornos aquéllos que se puedan:

a) (-10 , -2) b) [8 , 15) c) (-1 , 6) d) $(-7\,,7)$

5. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (razona las respuestas):

a) $3 \in [-1\,,2]$ c) $7'3 \notin E(3\,,5)$ e) $5 \in E_2(7)$ g) $0 \in E(0\,,2)$ i) $3 \in (-3\,,3)$

b) $-2'1 \in (-5\,,-1)$ d) $-3 \in [-3\,,5)$ f) $-4 \notin (-4\,,3)$ h) $0 \in [-4\,,0]$ j) $2'7 \in [1\,,2'8)$

6. Halla la unión y la intersección de los siguientes intervalos:

a) $[2\,,5]$ y $[3\,,8]$ e) $(-\infty\,,6)$ y $(0\,,7]$ i) $(-\infty\,,3]$ y $(-\infty\,,0)$ m) $(-\infty\,,4)$ y $[4+\infty)$

b) $(-3\,,4)$ y $(1\,,5)$ f) $(-\infty\,,-3]$ y $(-5\,,+\infty)$ j) $[-2\,,+\infty)$ y $[-3\,,+\infty)$ n) $[-7\,,7]$ y $(3\,,+\infty)$

c) $[-5\,,9]$ y $(4\,,10)$ g) $[-10\,,-1]$ y $[-7\,,+\infty)$ k) $(-\infty\,,9)$ y $(8'5\,,+\infty)$ ñ) (6 , 12] y E(9 , 3)

d) $[-4\,,-1)$ y $[-2\;\;6]$ h) $[-3\,,2]$ y $(4\,,10]$ l) $(-\infty\,,1]$ y $[2\,,+\infty)$ o) $E_4(5)$ y $E_7(-1)$

7. Expresa las siguientes igualdades y desigualdades como subconjuntos de **R**, representando las soluciones sobre la recta real:

a) $|x| = 7$ b) $|x| < 7$ c) $|x| \geq 7$ d) $|x-5| = 7$ e) $|x+3| = 8$ f) $|x-8| \geq 4$ g) $|x+2| < 6$

8. Aproxima a dos cifras decimales por truncamiento y por redondeo los siguientes números:

a) 3'853 b) 0'5678 c) 124'059 d) 51'84

9. Halla los errores absolutos y relativos cometidos en los apartados del ejercicio anterior. Da la aproximación más precisa y la menos precisa.

10. Escribe con notación científica las siguientes cantidades:

a) 3.567 c) 16.000.000 e) 0'00000007 g) 5.408'3 i) 14.008 k) 0'000078

b) 0'0085 d) 567'83 f) 9.480.000.000 h) 0'005 j) 80.000.000 l) 5.607.000.000

11. Escribe en forma decimal las siguientes cantidades expresadas en notación científica:

a) $8'3\cdot 10^{4}$ c) $5\cdot 10^{6}$ e) $4'07\cdot 10^{8}$ g) $7'509\cdot 10^{-4}$ i) $1'03785\cdot 10^{3}$ k) $6'2\cdot 10^{-10}$

b) $6'32\cdot 10^{-3}$ d) $1'74\cdot 10^{-1}$ f) $3'1\cdot 10^{-6}$ h) $9'1\cdot 10^{7}$ j) $2'29\cdot 10^{-8}$ l) $8'904\cdot 10^{2}$

12. Realiza las siguientes operaciones expresando los resultados en notación científica:

a) $(8{,}335\cdot 10^{14})\cdot(-2{,}6\cdot 10^{10})$ f) $\left[(6{,}9\cdot 10^{17}):(8{,}98\cdot 10^{-7})\right]\cdot(7\cdot 10^{-2})$

b) $(7{,}8\cdot 10^{-4})\cdot(4{,}75\cdot 10^{3})$ g) $(2{,}66\cdot 10^{11})\cdot(8{,}73\cdot 10^{-8})\cdot(4{,}21\cdot 10^{6})$

c) $(2{,}58\cdot 10^{7}):(3{,}6\cdot 10^{9})$ h) $(3{,}7\cdot 10^{6}+2{,}7\cdot 10^{8})\cdot(1{,}503\cdot 10^{5}-6{,}28\cdot 10^{4})$

d) $4{,}96\cdot 10^{8}+3{,}76\cdot 10^{3}-6{,}57\cdot 10^{6}$ i) $8{,}519\cdot 10^{-8}\cdot(5{,}46\cdot 10^{4}-1{,}52\cdot 10^{6})$

e) $(6{,}73\cdot 10^{12}-4{,}52\cdot 10^{10}):2{,}47\cdot 10^{-9}$ j) $7{,}914\cdot 10^{9}+(2{,}96\cdot 10^{3})\cdot(7{,}47\cdot 10^{6})$

13. Aplica la definición de raíz para calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{8}$ b) $\sqrt[5]{243}$ c) $\sqrt[3]{1}$ d) $\sqrt[4]{1}$ e) $\sqrt[4]{-1}$ f) $\sqrt{8}$ (aproxima)

14. Escribe las raíces de cada apartado como raíces del mismo índice:

a) $\sqrt{5}$, $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt[6]{7}$ c) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt[10]{12}$

15. Extrae factores en los siguientes radicales:

a) $\sqrt{256}$ b) $\sqrt[3]{54}$ c) $\sqrt[3]{80}$ d) $\sqrt[4]{7^{4}}$ e) $\sqrt[3]{2^{3}\cdot 5^{7}}$ f) $\sqrt[4]{a^{3}\cdot b^{4}\cdot c^{10}}$

16. Efectúa los siguientes productos, extrayendo factores en el resultado final (si es posible):

a) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{12}$ c) $\sqrt[3]{36}\cdot\sqrt[3]{20}$ e) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[5]{a^{2}}\cdot\sqrt[10]{a^{3}}$ g) $\sqrt[4]{1000}\cdot\sqrt[3]{250}$

b) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}$ d) $\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{2}$ f) $\sqrt[4]{a^{2}\cdot b^{3}}\cdot\sqrt[6]{a^{4}\cdot b^{2}}$ h) $\sqrt[3]{2a}\cdot\sqrt[4]{3ab^{2}}\cdot\sqrt[6]{5a^{4}b^{3}}$

17. Efectúa los siguientes cocientes:

a) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{\sqrt{360}}{\sqrt{250}}$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{6}}$ d) $\dfrac{\sqrt[4]{18\cdot x^{3}}}{\sqrt{2\cdot x}}$ e) $\dfrac{\sqrt[6]{a^{2}\cdot b^{3}}}{\sqrt[4]{a\cdot b^{3}}}$

18. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{\sqrt{7}}$ b) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ c) $\left(\sqrt{2}\right)^{2}$ d) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{2}$ e) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^{3}$ f) $\left(\sqrt[5]{2^{3}\cdot a^{2}}\right)^{3}$

19. Introduce factores dentro del signo radical en las siguientes expresiones:

a) $7\cdot\sqrt{3}$ b) $a\cdot\sqrt[3]{2\cdot a}$ c) $x\sqrt{\dfrac{1}{x}}$ d) $2a\sqrt{2a}$ e) $\dfrac{1}{2}\sqrt{a}$

20. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ b) $\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a^{2}}}$ c) $\sqrt{3\cdot\sqrt{\dfrac{1}{3}}}$ d) $\sqrt{\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}}$ e) $\sqrt[5]{2a^{3}}\cdot\sqrt{a\sqrt{2a}}\cdot\left(\sqrt{a^{3}b}\right)^{3}$

21. Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}$ c) $\sqrt{75}+\sqrt{48}$ e) $\sqrt[3]{40}+2\cdot\sqrt[3]{135}$ g) $\sqrt[3]{686}+\sqrt[3]{128}-5\cdot\sqrt[3]{7}$

b) $-6\cdot\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4}-2\cdot\sqrt[3]{4}$ d) $5\sqrt{72}-\sqrt{18}$ f) $2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}$ h) $\sqrt{18}+5\sqrt{16}-3\sqrt{49}$

22. Expresa como potencias las siguientes raíces y viceversa.

a) $\sqrt[3]{5^2}$ b) $2^{\frac{3}{4}}$ c) $\sqrt{3}$ d) $7^{\frac{1}{2}}$ e) $\sqrt[5]{2^4}$ f) $3^{-\frac{2}{3}}$ g) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

23. Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt[4]{a^2}$ c) $\sqrt[3]{64}$ d) $\sqrt[6]{x^4 \cdot y^2}$ e) $\sqrt[4]{144}$ f) $\sqrt[4]{2^3 \cdot 7^2}$

24. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$ e) $\dfrac{3}{\sqrt{5x}}$ g) $\dfrac{7}{\sqrt[4]{a^3b^4}}$ i) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ k) $\dfrac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ m) $\dfrac{2}{3\sqrt{2}+\sqrt{7}}$

b) $\dfrac{5}{\sqrt{5}}$ d) $\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ f) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}$ h) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{20}}$ j) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ l) $\dfrac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ n) $\dfrac{2}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$

25. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:

a) $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$ b) $\sqrt{9+4}=3+2=5$ c) $\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

26. Realiza las siguientes operaciones expresándolas de la forma más reducida posible:

a) $\dfrac{\dfrac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[8]{a}}}{\dfrac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ e) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{45}}}{\sqrt[4]{125}}$ i) $\left[\left(\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{2}{3}} \cdot a^3$ m) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{6}-5\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{5}-\sqrt{15}\right)\cdot\sqrt{5}$

b) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}+3\sqrt{5}}{\sqrt[6]{125}}$ f) $\sqrt{2\sqrt{\dfrac{1}{2}\sqrt{4}}}$ j) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{18}}}{\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)}$ n) $\dfrac{4\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-\sqrt{12}}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}+\sqrt{7}$ g) $\sqrt{2}-\sqrt[10]{32}$ k) $\sqrt{\dfrac{1}{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$ ñ) $\dfrac{30^{\frac{2}{3}}\cdot 5^2\cdot 18^{-\frac{1}{2}}\cdot 50^{\frac{1}{2}}}{20^{-3}\cdot 81^{\frac{5}{6}}\cdot 60^{-\frac{2}{5}}}$

d) $\left(\sqrt{3}-5\right)\cdot\left(\sqrt{3}+2\right)$ h) $\dfrac{18^{\frac{1}{3}}\cdot 24^3}{60^{-\frac{3}{2}}\cdot 100^{\frac{2}{3}}}$ l) $\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{2a^2}}\cdot\left(\sqrt[4]{a^3\cdot b^2}\right)^2}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{27a^2}}$ o) $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)$

27. La altura de un rectángulo mide $\sqrt{2}$ m y su base es el triple de su altura. Halla su perímetro y su diagonal.

28. Un mecanismo está formado por dos varillas articuladas que miden $\sqrt{3}$ y $\dfrac{5}{\sqrt{3}}$ m. ¿Cuál es la longitud total del mecanismo?

29. El lado de un cuadrado mide $2\sqrt{5}$ m. Calcula su perímetro, su diagonal y su área.

30. Las diagonales de un rombo miden $\sqrt{6}$ y $2\sqrt{3}$ m. Halla su área y su perímetro.

31. El lado de un triángulo equilátero mide $\sqrt{7}$ m. Halla su perímetro y su área.

32. Un brazo mecánico está formado por tres partes articuladas que miden $\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ y $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ m. Halla la longitud del brazo.

33. El área de un cuadrado de $20\,m^2$. Halla su perímetro y su diagonal.

34. En un triángulo isósceles, la altura mide $\sqrt{5}\,\mathrm{m}$ y la base, la mitad que uno de sus lados iguales. Halla su perímetro.

35. Una chapa tiene forma de triángulo isósceles de $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm^2 de área. Si su altura mide $\sqrt{10}$ cm, ¿cuál será su perímetro?

36. Un cubo tiene $\sqrt{2}$ cm de arista. Halla su diagonal, su área total y su volumen.

37. El lado de un rombo mide $\sqrt{5}$ cm y una de sus diagonales, $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ cm. Halla su área.

38. ¿Cuál ha de ser el perímetro de un cuadrado para que su área sea $2\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$?

39. Una varilla mide $\left(3\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)\mathrm{cm}$. Un cálculo erróneo ha dado que su longitud es $\left(3\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)\mathrm{cm}$. Expresa mediante radicales el error relativo cometido.

40. Queremos dibujar un rectángulo cuya diagonal mida $\sqrt{5}$ cm y su base sea el doble de su altura. ¿Cuáles serán sus dimensiones? Halla su perímetro y su área.

41. La base de un rectángulo mide $\sqrt{6}$ cm y su área, 12 cm^2. Calcula su perímetro.

42. Corrige la siguiente frase para que sea correcta: “La expresión $\log_6 40$ representa el número que hay que elevar a 6 para que dé 40.”

43. ¿Qué significa la expresión $\log_2 5$? ¿Y $\log_{10} 48'2$?

44. Calcula mentalmente las siguientes expresiones:

a) $\log_2 4$ b) $\log_5 1$ c) $\log_3 81$ d) $\log_{10} 100000$ e) $\log_{0'5} 0'25$ f) $\log_4 2$

45. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log 45$ b) $\log_5 10$ c) $\log_2 135$ d) $\log_8 4089$ e) $\log_{0'5} 67$ f) $\log_{4'6} 10392'705$

46. Determina el valor de x en las siguientes igualdades:

a) $2^x = 32$ b) $2^x = 321$ c) $10^x = 25$ d) $6^x = 103'8$ e) $2^{x-1} = 0'5$ f) $5 + 7'5^{2x-3} = 100'9$

47. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $\log(4'3 \cdot 81'2) =$ d) $\log\left(\sqrt{4'3}\right) =$ g) $\log\left(\frac{a^2 \cdot b}{\sqrt[3]{c}}\right) =$ j) $\log_a\left(\frac{x \cdot y^2}{7\sqrt[4]{z^3}}\right) =$

b) $\log\left(\frac{4'3}{81'2}\right) =$ e) $\log\left(a \cdot b^2\right) =$ h) $\log\left(\frac{a^2}{b \cdot c^5}\right) =$ k) $\log\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{y^2 \cdot \sqrt{z^{1'8}}}\right) =$

c) $\log\left(4'3^4\right) =$ f) $\log\left(\frac{a^3}{\sqrt{b}}\right) =$ i) $\log\left(\sqrt[4]{\frac{1}{a^3\sqrt{b}}}\right) =$ l) $\log\left(\frac{a^{-3'5} \cdot \sqrt[4]{b^{3'2}}}{\sqrt[3]{c^2 \cdot d^{0'8}}}\right) =$

48. Calcula aplicando logaritmos y finalmente la calculadora, las siguientes expresiones:

a) $24'16^{2'25} \cdot 8'36^{0'72} =$ b) $\frac{5'12^{3'5}}{2'7^{0'3} \cdot \sqrt[3]{8'9^{1'26}}} =$ c) $\frac{\sqrt{50'46^{0'9} \cdot 4'77^{3'45}}}{\sqrt[3]{41'09^{2'36}}} =$

1. Da una fracción o una raíz que cumpla lo que se te indica y represéntala aproximadamente sobre la recta real:

a) Una fracción comprendida entre 1 y 2:

b) Una fracción comprendida entre 0 y 1:

c) Una fracción comprendida entre 0 y -1:

d) Una fracción comprendida entre 4 y 5:

e) Una fracción comprendida entre -5 y -6:

f) Una fracción comprendida entre 7 y 8:

g) Una fracción comprendida entre -1 y -2:

h) Una raíz comprendida entre 1 y 2:

i) Una raíz comprendida entre 5 y 6:

j) Una raíz comprendida entre -3 y -4:

k) Una raíz comprendida entre -5 y -6:

l) Una raíz comprendida entre 0 y 1:

m) Una raíz comprendida entre 0 y -1:

n) Una raíz comprendida entre 10 y 11:

o) Una raíz comprendida entre -11 y -12:

2. Expresa los siguientes subconjuntos de **R** como intervalos y dibújalos sobre la recta real indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 < \mathbf{x} < 6\}$

b) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 \leq \mathbf{x} \leq 6\}$

c) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 < \mathbf{x}\}$

d) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / \mathbf{x} < 6\}$

e) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -1 < \mathbf{x} \leq 5\}$

f) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 3 \leq \mathbf{x} < 10\}$

g) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / \mathbf{x} \leq 5\}$

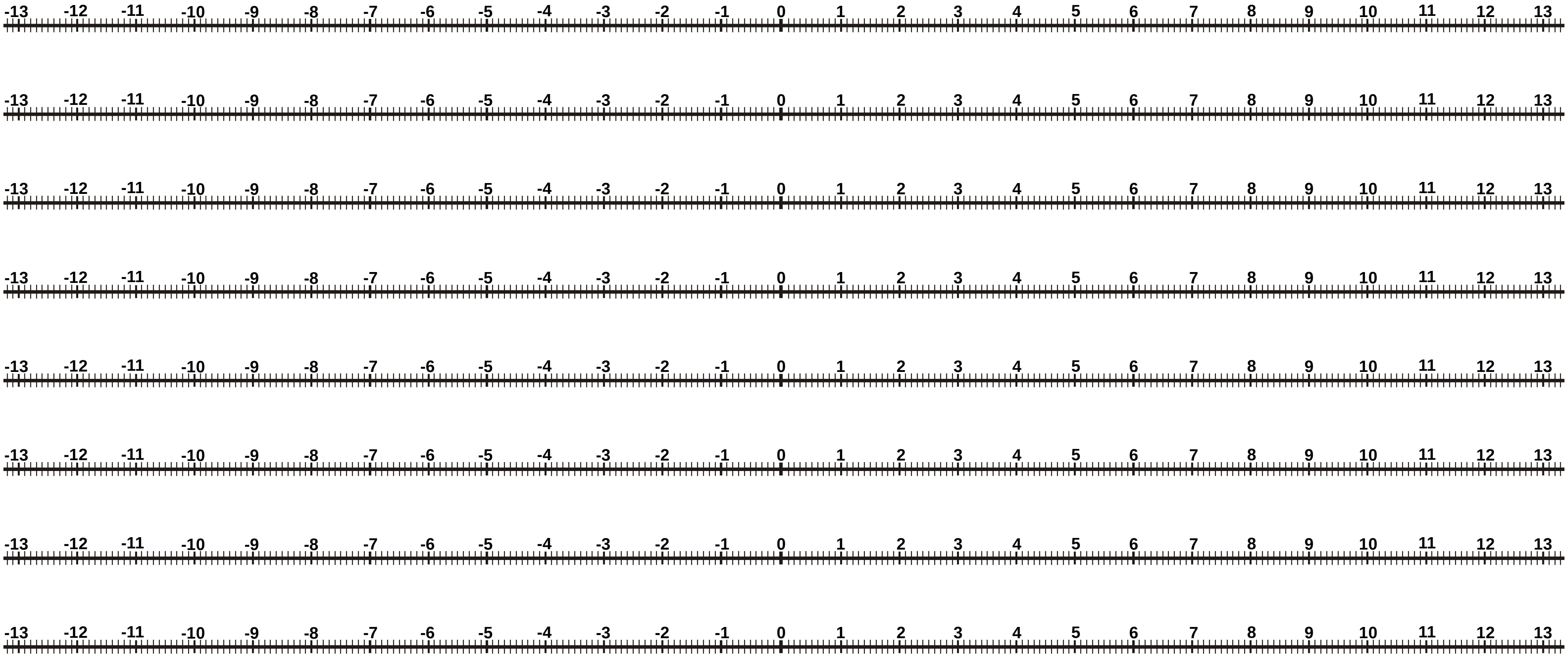
h) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -1 \leq \mathbf{x}\}$

i) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -8 \leq \mathbf{x} < -2\}$

j) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 0 < \mathbf{x} < 7\}$

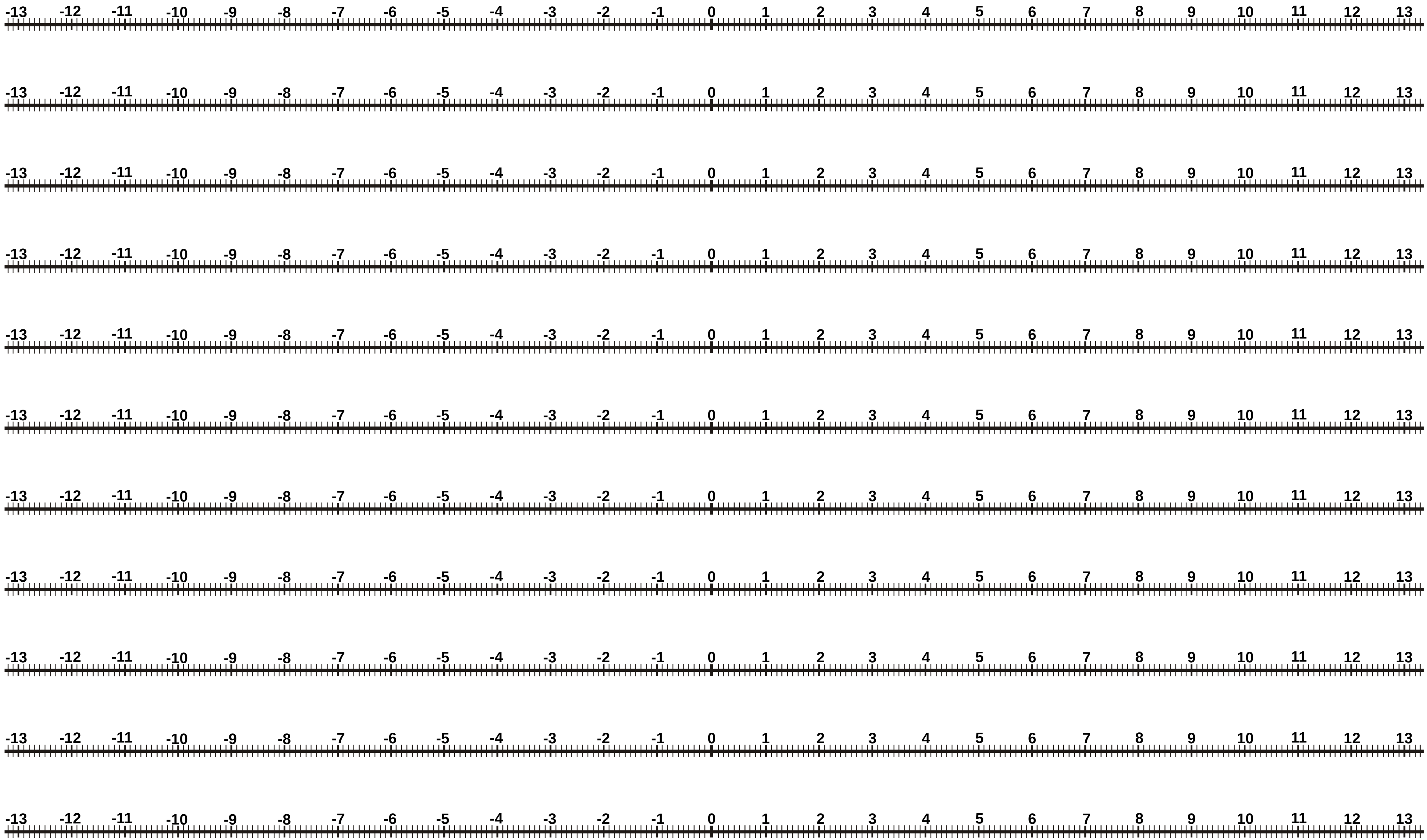
k) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -9 \leq \mathbf{x} \leq 1\}$

l) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 4 < \mathbf{x} < 11\}$



3. Expresa como conjuntos los siguientes intervalos y represéntalos sobre la recta real, indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

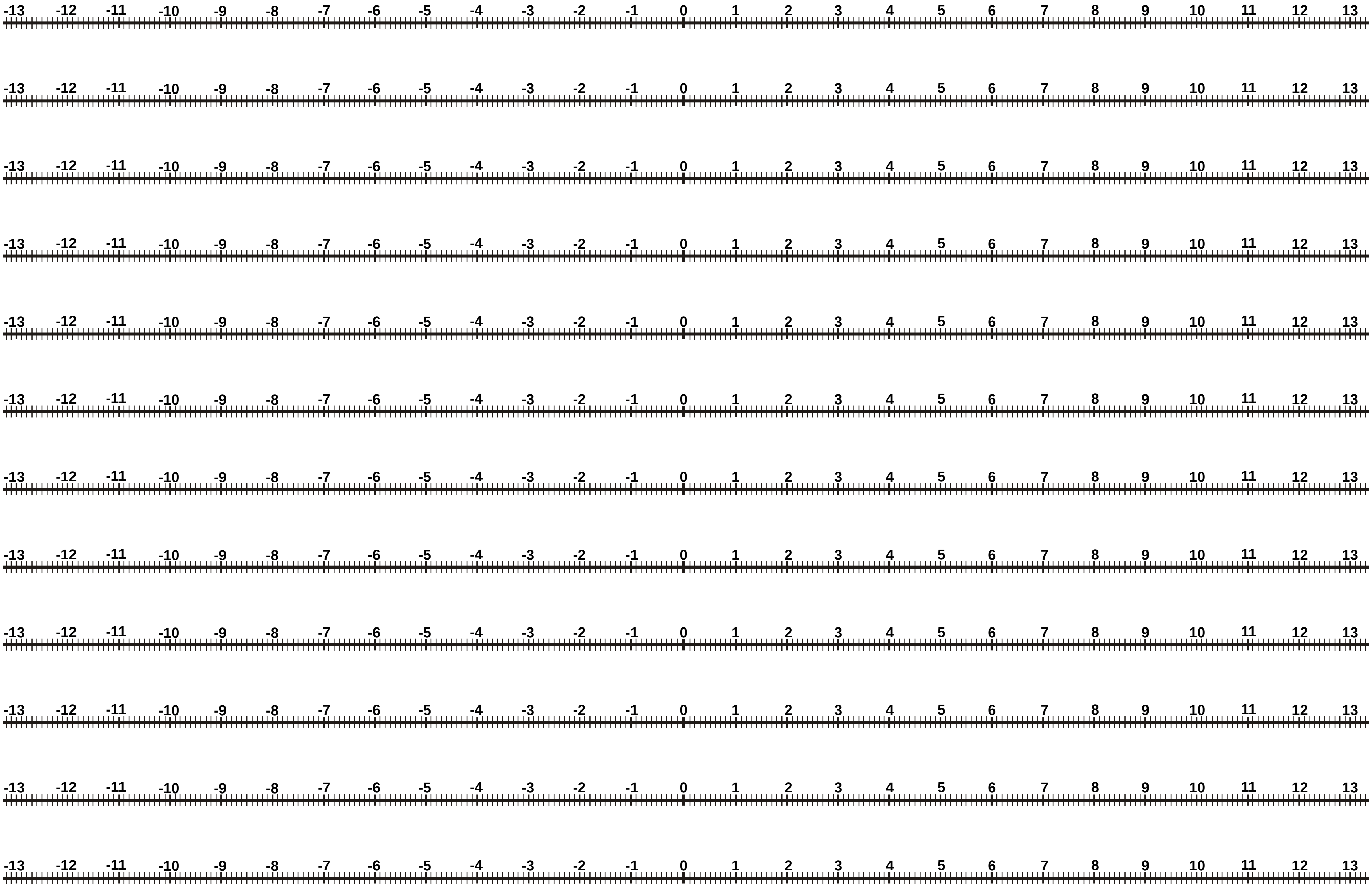
a) $(3 , 7)$	e) $(-\infty , 3)$	i) $[-4 , -2)$
b) $[-5 , 0]$	f) $[9 , +\infty)$	j) $(-3 , -2'5]$
c) $(-4 , 6]$	g) $(-10 , -1)$	k) $(-\infty , -5]$
d) $[7 , 12)$	h) $[12 , 18]$	l) $(-7 , +\infty)$



4. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (ayúdate de las rectas reales de abajo para razonar las respuestas):

a) $3 \in [-1 , 2]$ c) $7'3 \notin (0 , 10]$ e) $5 \in (5 , 9]$ g) $0 \in (-1 , 1)$ i) $3 \in (-3 , 3)$

b) $-2'1 \in (-5\ ,\ -1)$ d) $-3 \in [-3\ ,\ 5)$ f) $-4 \notin (-4\ ,\ 3)$ h) $0 \in [-4\ ,\ 0]$ j) $2'7 \in [1\ ,\ 2'8)$



LENGUAJE ALGEBRAICO

Nombre: **CURSO: 4º -**

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $(3x^2-5)\cdot\left[(-x-3)^2-x\cdot(2x-3)\right]-x^3=$

b) $\left[(x-5)\cdot(-x+2)-(x-1)\cdot(2x-3)\right]\cdot(2x-5)=$

c) $(-x+2y)^2-(-x+2)\cdot(3x-2y)-(-x-4y)^2=$

d) $(-2x+1)^2\left[-(-x-3)^2-(x-4)\cdot(-3x+2)\right]-(2x-1)^3=$

2. Realiza las siguientes operaciones (aplicando la fórmula correspondiente allá donde se pueda):

a) $\left(\frac{3}{2}x^2+2y^3\right)^2=$

b) $(a^2b^3-3a^3b)^2=$

c) $\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}y\right)\cdot\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}y\right)=$

d) $\left(-\frac{5}{2}x^2y+2xy^3z\right)^2=$

e) $\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{4}{3}\right)^2=$

f) $-\left(-\frac{3}{5}xy^2-\frac{1}{4}xy^3\right)^2=$

3. Realiza las siguientes divisiones:

a) $(x^4-3x^3+2x^2-8x+7):(x^2-2x+1)$

b) $(2x^5-8x^3+5x^2+8x-10):(x^2-2)$

c) $(x^6-3x+x^3-3):(x^2-3x)$

d) $(x^5-3x^4+x^2+7x-9):(2x-1)$

e) $(x^6-64):(x^2-4)$

f) $(3x^4-15x^2+9x-6):(x-2)$

4. Realiza las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini, indicando claramente, en cada caso, el cociente y el resto obtenidos:

a) $(x^4-x^3+x^2-x+1):(x-1)$

b) $(2x^5-x^3+5x^2+3):(x+1)$

c) $(2x^7-x^5+x^3+8):(x-3)$

d) $(x^6-64):(x-2)$

e) $(3x^4+11x^3-3x^2-17):(x+4)$

f) $(x^4-x^3-7x^2+14x-3):(x+3)$

g) $(x^5+3x^4-2x^3-x^2-x+3):(x+2)$

h) $(x^4-x^2+25):(x-5)$

5. Sin realizar las divisiones, halla el resto de cada una de las siguientes:

a) $(x^3-x^2+4x+1):(x-3)$

b) $(2x^6-x^5+2x^3+x-7):(x+1)$

c) $(2x^4-4x^3-4x^2+11x-6):(x-2)$

d) $(3x^5-x^4-x^2+2x+3):(x-1)$

6. Sin realizar la división, halla el resto de la del polinomio $P(x)=x^4+x^3-5x^2+x-2$ entre $x-2$.

7. Sin realizar la división, halla el resto de la del polinomio $P(x)=x^5-x^4-2x^2-x-3$ entre $x+1$.

8. Halla el valor de "m" para que el resto de la división del polinomio $P(x)=x^3-x^2+mx-1$ entre $x-3$ sea 23.

9. Halla el valor de "m" para que el resto de la división del polinomio $P(x)=2x^4-x^2-5x-2m$ entre $x+1$ sea 0.

10. Sin realizar la división, ¿es divisible el polinomio $P(x)=x^4-5x^2-x+2$ por $x-3$? Razona tu respuesta.

11. Halla el valor de "m" para que el polinomio $P(x)=x^3-2x^2+mx+4$ sea divisible por $x+1$.

12. Halla el valor de “m” para que el polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - mx^2 + x - 6$ sea divisible por $x - 2$.

13. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = 3$ es raíz del polinomio $P(x) = -x^2 + 7x - 6$

14. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = -2$ es raíz del polinomio $P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 4$

15. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = -1$ es raíz del polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$

16. Halla las raíces enteras de los polinomios siguientes:

a) $P(x) = x^3 + x - 2$ b) $Q(x) = x^3 - 6x + 9$ c) $R(x) = x^2 - x - 20$

17. Extrae factor común en las siguientes expresiones:

a) $2x + 3xy$ c) $12x^2 - 6x$ e) $6x^2y - 10xy^2$ g) $12a^2b^3 - 4ab^2 + 16a^3b^2$

b) $2x - 6y$ d) $-9x^3 + 8x^2 - 7$ f) $8x^3 - 5x^2 + 4x$ h) $15x^2 - 25x^3 + 5x$

18. Expresa como potencia o producto los siguientes polinomios:

a) $4x^2 - 4x + 1$ c) $x^4y - 10x^2y + 25y$ e) $\frac{9}{4}x^4 + 6x^2 + 4$ g) $-36 - 12y^2 - y^4$

b) $9x^2 - \frac{1}{25}$ d) $49x^6y^2 - 84x^3y + 36$ f) $\frac{72}{245}x^4y^2 - \frac{128}{125}y^4$ h) $64y^5 + 48y^3 + 9y$

19. Cada uno de los siguientes polinomios posee alguna raíz. Hállalas y haz la descomposición factorial de cada uno:

a) $x^3 - x^2 - 14x + 24$ d) $x^5 + x^4 - x^3 + x$ g) $x^3 - 4x^2 - 17x + 60$

b) $2x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 7x - 6$ e) $x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ h) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$

c) $x^4 + x^3 - x^2 - 11x + 10$ f) $3x^3 + 16x^2 - 3x - 40$ i) $x^5 + 5x^4 - 7x^3 - 77x^2 - 138x - 72$

20. Descompón los siguientes polinomios:

a) $z^2 - 9b^4$ f) $x^3 - 5x + 3$ k) $x^4 - 2x^2 + 1$

b) $2x^2 - 8y^4$ g) $x^4 - 16$ l) $4x^2 + 12x + 9$

c) $9x^3 - 12x^2y + 4xy^2$ h) $x^4 - y^4$ m) $x^5 + 6x^4 + 9x^3 - 10x^2 - 36x - 24$

d) $x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 13x^2 + 12x - 4$ i) $x^5 - 4x^3 + 3x^2$ n) $2x^3 - 2$

e) $2x^6 - 4x^3y + 2y^2$ j) $3x^2 - 6x + 3$ ñ) $x^7 - 64x$

21. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (razona tus respuestas):

a) $x = -5$ es raíz del polinomio $P(x) = -x^2 - 25$

b) Un polinomio sin término independiente tiene como raíz a $x = 0$.

c) El resto de la división $P(x) : (x + 1)$ es igual a $P(1)$.

d) El factor común del polinomio $P(x) = 6x^2y - 8xy + 2y$ es $2xy$.

22. Halla el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - x$, $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$ c) $x^2 + 2x$, $x^3 - 2x^2$, $x^2 - 4$ e) $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

b) $x^3 - 1$, $x^2 + x + 1$ d) $x^3 + 4x^2 - 3x - 18$, $x^3 - 7x + 6$ f) $x^2 \cdot (2x - 1)^3$, $x^3 \cdot (2x - 1)^2 \cdot (x + 2)$

24. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\dfrac{x^3-1}{(x-1)^2}$ b) $\dfrac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3+5x^2+4x}$ c) $\dfrac{2x^4-162}{x^2-9}$ d) $\dfrac{x^4-3x^3+x-3}{x^3-5x^2+3x+9}$ e) $\dfrac{(x-5)^2\cdot(2x+1)}{(x^2-25)\cdot(4x^2+4x+1)}$

25. Resuelve las siguientes operaciones simplificando el resultado si es posible:

a) $\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{3x-5}{2x}=$ d) $-\dfrac{x-3}{2x^2-1}-2+\dfrac{3x}{x-1}=$ g) $\left(\dfrac{x+5}{x-2}-\dfrac{2}{x}\right)\cdot\dfrac{x^2+x-6}{x^2+3x+4}=$

b) $\dfrac{x+1}{x^2-4x}\cdot\dfrac{2x}{x^2-1}=$ e) $\dfrac{x^2+x-2}{x+1}:\dfrac{x^2+4x+4}{x}=$ h) $-\dfrac{1}{x^2}\cdot\dfrac{x-1}{x-5}-\dfrac{3}{x}:\dfrac{x^2-25}{x+2}=$

c) $\dfrac{\dfrac{3x+2}{x^2-9}}{\dfrac{3x^2+17x+10}{x^2-3x}}=$ f) $-\dfrac{3x-1}{x^2-x}-\dfrac{3x+6}{x-1}+\dfrac{1}{x^2}=$ i) $-(x-1)\cdot\dfrac{2x-1}{x^2-4x+3}+\dfrac{x}{x-3}:\dfrac{x-1}{x-2}=$

26. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

a) $\left(\dfrac{x+1}{x^2+x-20}\right)^2\cdot\dfrac{x^3+6x^2-15x-100}{x^2+5x+4}=$ c) $-\dfrac{3x-2}{x^2+3x}\cdot\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{x}:\dfrac{x+3}{x-3}=$ e) $\dfrac{\dfrac{x^2+2}{x-1}}{x-2}-\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2=$

b) $-\dfrac{x^3+2x^2-13x+10}{x^2-4}-x\cdot\dfrac{x+3}{x^2-4x+4}=$ d) $\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)^2\cdot\dfrac{1}{(x-1)^3}-\dfrac{x+5}{x^2-4}=$ f) $-\dfrac{2x^2-2}{x^2-1}+\dfrac{x+2}{x-3x+2}=$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2-5x-84=0$ d) $2x^2-1=0$ g) $x^2-2x=0$

b) $2x^2-8x+15=0$ e) $6x^2-5x=0$ h) $4x^2-40x+75=0$

c) $x^2-20x+100=0$ f) $8x^2-8x+1=0$ i) $5x^2+12=0$

28. Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando en cada caso el procedimiento que corresponda:

a) $x^4-13x^2+36=0$ g) $x^3-1=0$ m) $3x^3+4x^2-x-2=0$

b) $x^4+x^2-2=0$ h) $x^4+x^2-12=0$ n) $2x-\sqrt{x+3}=x+3$

c) $x-7=\sqrt{2x-15}$ i) $2\sqrt{x-2}+3=x-2$ ñ) $2x^4-9x^3+13x^2-6x=0$

d) $2x^3+3x^2-8x-12=0$ j) $x^4+x^3-7x^2-9x-18=0$ o) $-\sqrt{4x+1}+3x=3$

e) $x-\sqrt{x+1}=1$ k) $x-2=3\cdot\sqrt{x-2}$ p) $x^5+2x^3-3x=0$

f) $x^4-2x^2=0$ l) $\sqrt{x-1}+1=\sqrt{2x-4}$ q) $\sqrt{x+5}+2\sqrt{x+2}=4$

29. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x-1)\cdot(x+4)+x=-x\cdot(x-4)+2$ d) $(2x-4)^2\cdot(2x+1)-(x-2)^2=(x-1)^2-1$

b) $2x-(x+1)\cdot(x+2)=7x+x\cdot(x-4)$ e) $-x^3\cdot(x+3)-1+x=-x\cdot(x-1)-3x^3$

c) $3\sqrt{x+6}-\sqrt{2x-5}=8$ f) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x-1}}=2$

30. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{1}{x}+x=2$ c) $\dfrac{4x-2}{x+2}=\dfrac{x-1}{x-2}$ e) $\dfrac{2x}{x-1}-\dfrac{10}{x}=\dfrac{1}{2}$

b) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{2}$ d) $\dfrac{1}{x}=\dfrac{x}{5x-6}$ f) $\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}=x$

31. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones de segundo grado:

a) $\left.\begin{array}{r} x^2+y=3 \\ 2x+5y=-1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} xy-y=10 \\ x-2y=-7 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} x^2+y^2=10 \\ x^2-y^2=-8 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} x+y=70 \\ x+\sqrt{y-1}=27 \end{array}\right\}$

32. Determina dos números naturales tales que su diferencia sea 11 y su producto, 840.

33. Determina la diagonal de un cuadrado de 256 m^2 de área.

34. La pista de un circo es un círculo de 1.384,74 m^2 de área. ¿Cuál será el diámetro de la pista?

35. Queremos que la vela (triángulo rectángulo) de un barco tenga una superficie de $10'5\,m^2$. Si la relación entre su base y su altura ha de ser $\frac{7}{12}$, ¿qué dimensiones tendremos que darle?

36. El suelo de una habitación es un rectángulo de 36 m de perímetro y 72 m^2 de área. ¿Qué volumen de aire habrá en el interior de la habitación si el techo está a una altura de 2’80 m?

37. Halla un número tal que su cuadrado menos su triplo sea igual a 88.

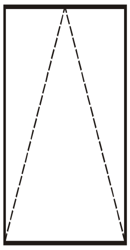
38. Halla el área de un triángulo isósceles sabiendo que su perímetro mide 30 cm y su altura, 8 cm.

39. Queremos construir una ventana rectangular en la que su base sea el doble que su altura, de forma que ocupe un área de 1 m^2. El m^2 de cristal cuesta a 28,50 € y el metro de listón de madera para el marco, a 10,25 €. ¿Cuál será el coste del material necesario para construir la ventana?

40. Se ha de construir una nave de $275\,m^3$ de volumen. Ha de tener forma ortoédrica. Su ancho y su alto han de ser iguales y su fondo ha de ser 6 m más largo que su ancho. Dentro de la nave se ha de tender un cable que vaya desde una esquina del techo a una del suelo, formando una diagonal del ortoedro. ¿Qué longitud tendrá el cable?

41. La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica de primer término 16, es 208. ¿Cuál será su décimo término?

42. Una empresa tiene dos solares rectangulares. Uno está rodeado por una valla de 42 m de longitud. El otro es 2 metros más largo y más estrecho que el primero, siendo su área $10\,m^2$ más pequeña. Queremos saber la longitud de la valla que rodea a este segundo solar y las áreas de ambos.



43. Una pieza de acero de un mecanismo tiene forma de triángulo isósceles y se fabrica cortándola de una plancha rectangular cuyos lados coinciden con la base y la altura de dicha pieza (dibujo adjunto). Su altura es el doble de su base y se sabe que su perímetro es de $\sqrt{17}\,cm$. Queremos saber el área de la plancha de la que se extrae la pieza y el área de la plancha que sobra.

44. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6. Se sabe que su razón es un número irracional y que su segundo término es $\frac{3}{4}$. ¿Cuánto suman sus tres primeros términos?

45. La gran pirámide de Keops (pirámide cuadrangular regular) tiene un volumen de unos $2.592.100\,m^3$. Su altura es aproximadamente 83 metros más pequeña que la arista de su base. Supón que quisiésemos pintar todas sus caras de color blanco con una pintura que la venden en tambores de 100 kg, a 45 dirhams/kg. Si cada tambor da para pintar $250\,m^2$, ¿cuánto nos costarían los tambores que nos harían falta para realizar esta locura?

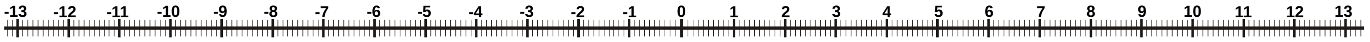
46. Un número natural es tal que al restarle la raíz cuadrada de él mismo aumentado en 99, da su mitad. ¿De qué número se trata?

INECUACIONES

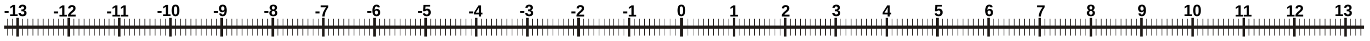
Nombre: **CURSO: 4º -**

1. Escribe como intervalos las siguientes expresiones y represéntalos en la recta real:

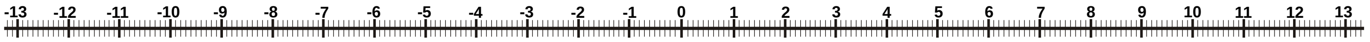
a) Todos los números reales mayores o iguales a -3 y menores o iguales a 7.



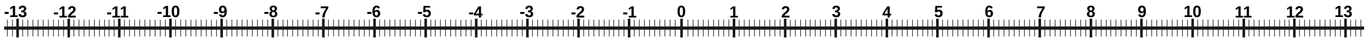
b) Todos los números reales mayores que -3 y menores que 7.



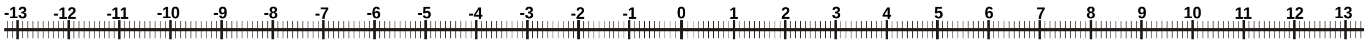
c) Todos los números reales mayores o iguales a -1.



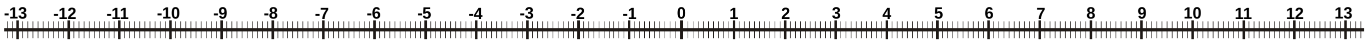
d) Todos los números reales menores o iguales a 0.



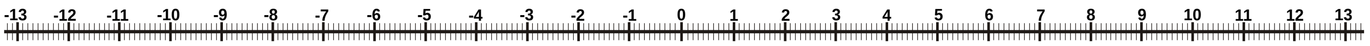
e) Todos los números reales mayores que -10 y menores o iguales a -2.



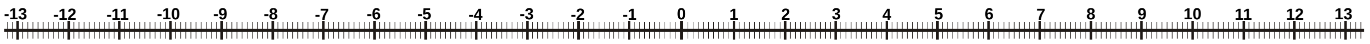
f) Todos los números reales mayores o iguales a 1 y menores que 8.



g) Todos los números reales mayores que -5.



h) Todos los números reales menores que 6.

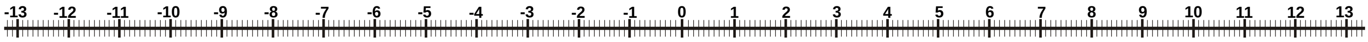


2. Di mediante una frase qué números reales representan las siguientes desigualdades:

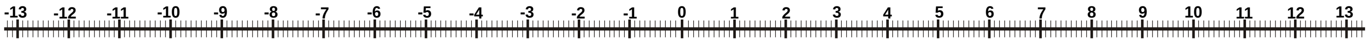
a) $3 < \mathbf{x}$	e) $\mathbf{x} < -2$	i) $4 \leq \mathbf{x} \leq 11$	m) $3 < \mathbf{x} \leq 9$
b) $\mathbf{x} \leq 3$	f) $\mathbf{x} \leq -2$	j) $\mathbf{x} < \frac{3}{2}$	n) $\mathbf{x} > 0$
c) $-2 > \mathbf{x}$	g) $0 < \mathbf{x} < 5$	k) $\mathbf{x} \geq -5$	ñ) $-10 \leq \mathbf{x} \leq 10$
d) $\mathbf{x} \geq -2$	h) $0 < \mathbf{x} \leq 5$	l) $-7 \leq \mathbf{x} < -\frac{5}{2}$	o) $-\frac{1}{2} < \mathbf{x} < \frac{7}{4}$

3. Escribe los intervalos expresados por las desigualdades del ejercicio anterior y represéntalos en la recta real:

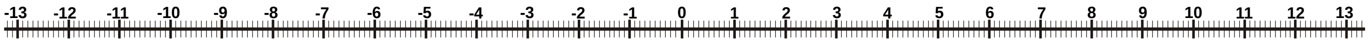
a)



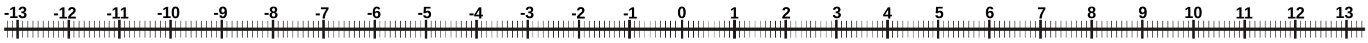
b)



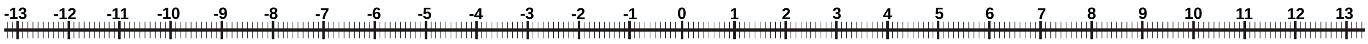
c)



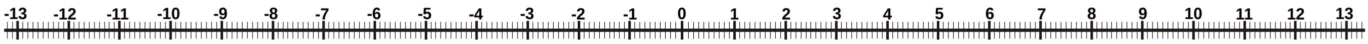
d)



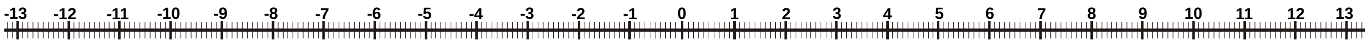
e)



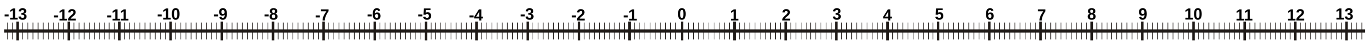
f)



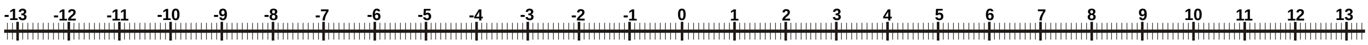
g)



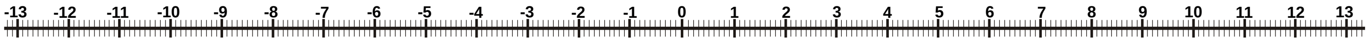
h)



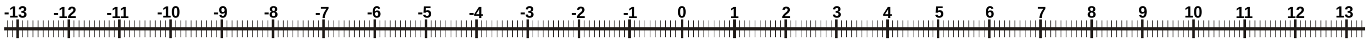
i)



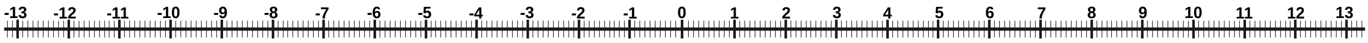
j)



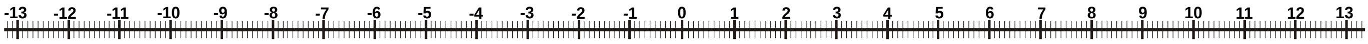
k)



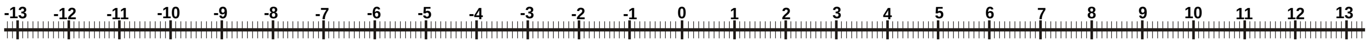
l)



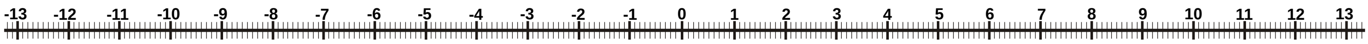
m)



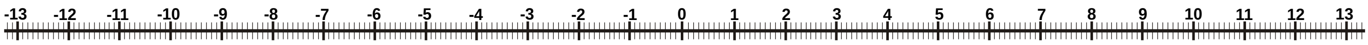
n)



ñ)

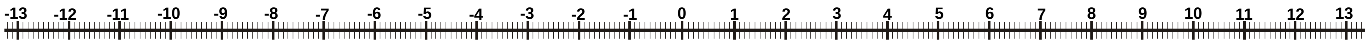


o)

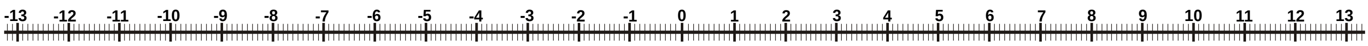


4. Escribe como intervalos, si es posible, los siguientes conjuntos y represéntalos sobre la recta real:

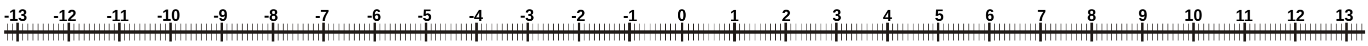
a) $[2\,,\,5]\cap[3\,,\,8]=$



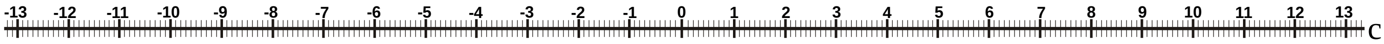
b) $[2\,,\,5]\cup[3\,,\,8]=$



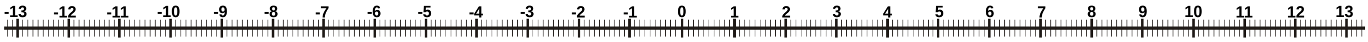
c) $(-3\,,\,4)\cap(1\,,\,5)=$



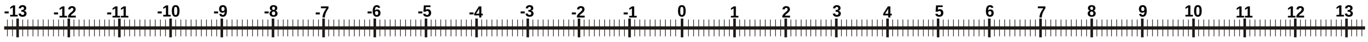
d) $(-3\,,\,4)\cup(1\,,\,5)=$



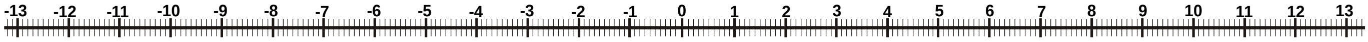
e) $[-5\,,\,9]\cap(4\,,\,10)=$



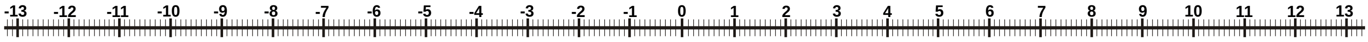
f) $[-5\,,\,9]\cup(4\,,\,10)=$



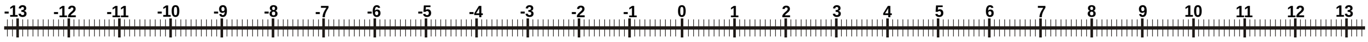
g) $[-4\,,\,-1)\cap[-2\,,\,6]=$



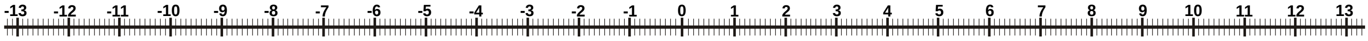
h) $[-4\,,\,-1)\cup[-2\,,\,6]=$



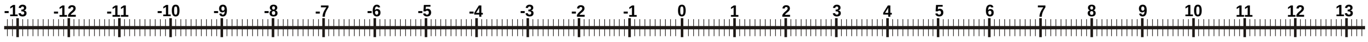
i) $(-\infty\,,\,6)\cap(0\,,\,7]=$



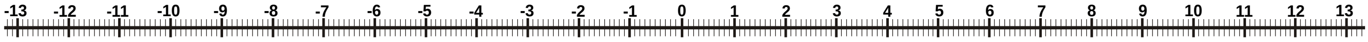
j) $(-\infty\,,\,6)\cup(0\,,\,7]=$



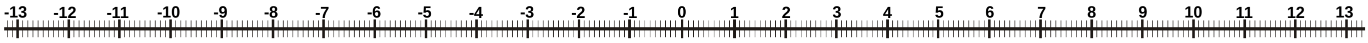
k) $(-\infty\,,\,-3]\cap(-5\,,\,+\infty)=$



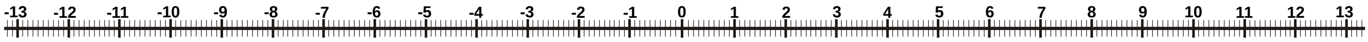
l) $(-\infty\,,\,-3]\cup(-5\,,\,+\infty)=$



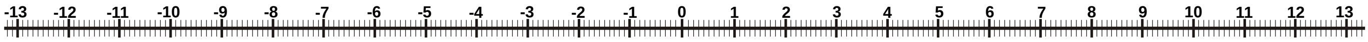
m) $[-10\,,\,-1]\cap[-7\,,\,+\infty)=$



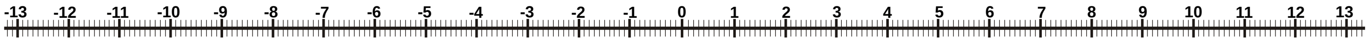
n) $[-10\,,-1]\cup[-7\,,+\infty)=$



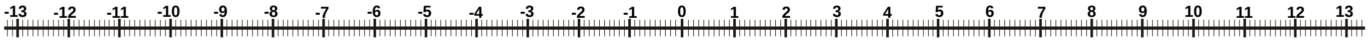
ñ) $[-3\,,2]\cap(4\,,10]=$



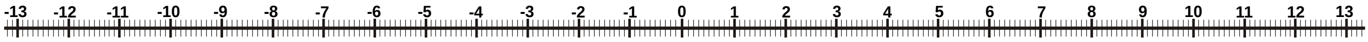
o) $[-3\,,2]\cup(4\,,10]=$



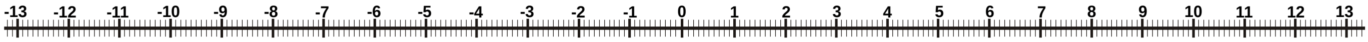
p) $(-\infty\,,3]\cap(-\infty\,,0)=$



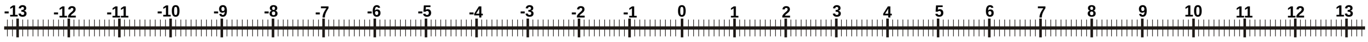
q) $(-\infty\,,3]\cup(-\infty\,,0)=$



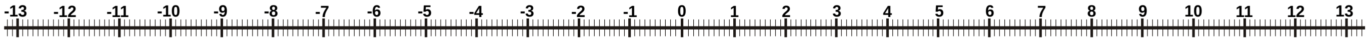
r) $[-2\,,+\infty)\cap[-3\,,+\infty)=$



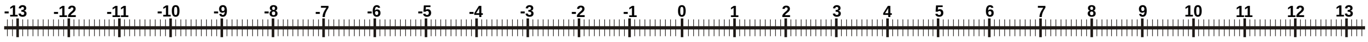
s) $[-2\,,+\infty)\cup[-3\,,+\infty)=$



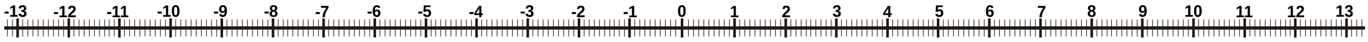
t) $(-\infty\,,9)\cap(8'5\,,+\infty)=$



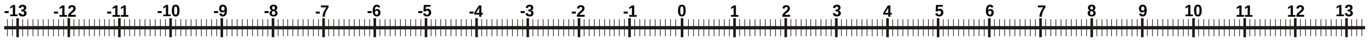
u) $(-\infty\,,9)\cup(8'5\,,+\infty)=$



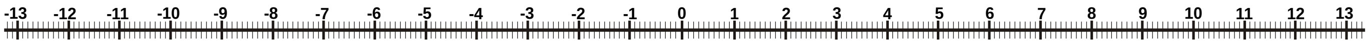
v) $(-\infty\,,1]\cap[2\,,+\infty)=$



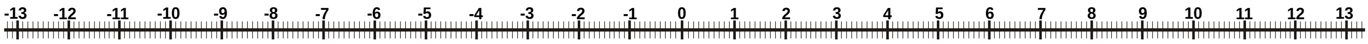
x) $(-\infty\,,1]\cup[2\,,+\infty)=$



y) $(-\infty\ ,\ 4)\cap[4+\infty)=$



z) $(-\infty\ ,\ 4)\cup[4+\infty)=$



5. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2x+1\leq x$

b) $10x-2\cdot(x-1)<x-12$

c) $-3\cdot(1-x)<7x-(x-2)\cdot 2$

d) $0\geq 4x+(2x+6)\cdot(-1)$

e) $3\cdot(x-4)-2\cdot(-x+5)>7x$

f) $2x-3\leq 3\cdot(-x+2)-5$

g) $\dfrac{x-2}{3}\leq-\dfrac{x+1}{6}$

h) $-4\cdot(2x-3)>-x-2\cdot(x+1)$

i) $3x\leq-6\cdot(x-5)+2\cdot(-x+2)$

j) $-1<4x-5\cdot[x-2\cdot(x-3)]$

k) $x-\dfrac{2x-3}{2}\geq\dfrac{3x-1}{5}$

l) $3\cdot(x-2)\geq-\dfrac{x-1}{2}+5x$

6. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{l} x<0 \\ x>-3 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} x-2\leq 5 \\ 2x+1\leq 7 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} x-5\leq 3x-1 \\ 2\cdot(x-3)<0 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} x>-3 \\ 3x\geq-x+5 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{l} -3\cdot(5-2x)<3 \\ x>-4-2\cdot(-x+1) \end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{l} 2x-1>x \\ \dfrac{x+2}{3}<1 \end{array}\right\}$

g) $\left.\begin{array}{l} 0<x-3\cdot(2-x) \\ 3x-6\leq x+5 \end{array}\right\}$

h) $\left.\begin{array}{l} -\dfrac{2x-5}{4}<x-\dfrac{1-x}{3} \\ 2\cdot(x-3)\geq-x+3\cdot(-x+5) \end{array}\right\}$

i) $\left.\begin{array}{l} -4\cdot(-x+3)-5x>1 \\ 2x-3\cdot(2-x)<-x+5 \end{array}\right\}$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones de 2º grado:

a) $x^2+6x+3>0$

b) $x^2+6x+3<0$

c) $x^2+6x+3\geq 0$

d) $x^2+6x+3\leq 0$

e) $x^2-3x\leq 0$

f) $x^2-3x>0$

g) $x^2-2x+5\geq 0$

h) $x^2-2x+5\leq 0$

i) $x^2+1<0$

j) $x^2+1\geq 0$

k) $-x^2-3x+10<0$

l) $x^2-6x+3<0$

m) $x^2-6x+3\leq 0$

n) $x^2-6x+3>0$

ñ) $x^2-6x+3\geq 0$

o) $-2x^2+7x-15\geq 0$

PROBLEMAS DE ÁLGEBRA

Nombre: **Curso:**

1. Firdaous, Ali y Ahlam tienen una urna cada uno, con 140 bolas repartidas entre ellas. El único que sabe las bolas que hay en cada urna es Ali y les dice: "Si yo tuviese 4 bolas más, tendría el quíntuple de bolas que Ahlam; y si Firdaus pasara la mitad de sus bolas a la urna de Ahlam, ésta tendría un número de bolas tal que excedería en 2 a la mitad de las mías. ¿Sabéis cuántas bolas hay en cada urna?" S: 48, 76 y 16 bolas.

2. Kamal y María han de dibujar un rectángulo de 96 cm^2 de área, tal que si su base aumentase en 3 cm y su altura disminuyera en 2 cm, su área disminuiría en $6\ cm^2$. ¿Qué dimensiones le tendrán que dar? S: 12 y 8 cm.

3. Entre Adam, Elio y Mohamed tienen 5.000 dirhams. Si Adam tuviese el doble y Elio y Mohamed, la mitad de lo que tiene cada uno, entre los tres tendrían 4.150 dirhams. Y si Adam aumentase su capital en un 5 %, Elio lo disminuyera en un 10 % y Mohamed lo aumentase en un 20 %, entre los tres tendrían 5.355 dirhams. ¿Cuánto tiene cada uno? S: 1100, 1600 y 2300 dirhams.

4*. Zoubida tarda 3 horas en pintar una pared, y Yousra tarda 5 horas en pintar la misma pared. Quieren saber cuánto tardarían las dos juntas. S: 1 hora, 52 minutos y 30 segundos

5. Sandra y Anas quieren saber cuánto les costará pintar una pared en forma de triángulo isósceles de 29 m de perímetro y 8 m de altura. Saben que la pintura la venden en latas de 5 kg cuyo precio es de 30 €/lata. Con cada lata se puede pintar un máximo de $8\ m^2$. El trabajo cuesta a 2 € cada m^2 o fracción superior a medio m^2. ¿Cuánto les costará pintar la pared? S: $260\,€$.

6. Riham y Yassine quieren comprar todas las camisetas que puedan en una oferta que hay en una página de internet. El precio de cada una es de 8 €. Les cobran este precio por las 20 primeras y todas las demás se las rebajan en un 10 %. Saben que les cobran 12 € por los gastos de envío, y quieren saber cuántas camisetas podrán comprar con los 1.450 € que tienen. S: 197 camisetas.

7. Mariam y Noa quieren dibujar un rectángulo cuya base sea el triple que su altura y tal que su diagonal mida 10 metros más que su altura. ¿Qué dimensiones le han de dar y cuánto medirán su perímetro y su área?

S: $\text{altura} = \dfrac{10+10\sqrt{10}}{9}\ \text{cm}$; $\text{base} = \dfrac{10+10\sqrt{10}}{3}\ \text{cm}$; $\text{Perímetro} = \dfrac{80+80\sqrt{10}}{9}\ \text{cm}$ y $\text{Área} = \dfrac{1100+200\sqrt{10}}{27}\ \text{cm}^2$

8. Rabab, Salma y Zorayda han hecho unos largos de piscina. Si al triple de los que ha hecho Rabab le sumáramos el doble de los que ha hecho Salma y le restáramos el doble de los que ha hecho Zorayda, tendríamos 4 largos. Si a los que ha hecho Salma le restáramos 7 largos tendríamos los mismos largos que si a los que ha hecho Zorayda le restáramos el cuádruplo de los que ha hecho Rabab. Y el doble de los que ha hecho Zorayda coincide con los que ha hecho Salma y el triple de los que ha hecho Rabab juntos. ¿Cuántos largos ha hecho cada uno? S: Rabab, 2 largos y Salma, 4 largos y Zorayda, 5 largos.

9. Amin y Yasser disponen de dos grifos para llenar un depósito. Abiertos los dos, lo llenan en 18 horas y uno tardaría 27 horas más que el otro. Se preguntan qué tiempo tardaría cada uno por separado. S: 27 y 54 h.

10. Jaime, joven profesor de Matemáticas del Instituto El Pilar, mientras duerme la siesta, tiene una pesadilla en la que se ve atrapado en un trapecio isósceles cuya base mayor está ocupada por una anaconda que le silba: "Soy 12 m más larga que la birria de pitón de la base menor"; la altura es una cariátide que le susurra: "Mi estatura es la cuarta parte de la longitud de esa anaconda horrible de ahí abajo"; una araña gigante, que campea a sus anchas por el interior del trapecio, se distrae reescribiendo una y otra vez, con su hilo de seda, el valor de la superficie del trapecio: $208\ m^2$. De pronto, aparece una hidra de siete cabezas con cara de pocos amigos y, entre carcajadas, le dice: "Si quieres encontrar la puerta por la que salir a salvo de aquí, has de tardar menos de 10 segundos en dar una vuelta corriendo alrededor del trapecio". Jaime sabe que él corre a una velocidad máxima de 8 m/s; hace sus cuentas y ¿se despertará sano y salvo o perecerá en el intento?

11. Lina le ha propuesto a Maissoun averiguar tres cantidades. Para ello le da estas pistas:
- Si al triple de la mayor le restamos el doble de la resta de la mediana menos la menor nos da 4.
- Si a la mediana le sumamos el cuádruple de la mayor y le restamos el triple de la menor nos da 9.
- El doble de la mediana es igual al doble de la menor, más la mayor.

¿Cuáles son las cantidades propuestas por Lina? S: 0, 1 y 2.

12. Aya, Mouna e Hicham están resolviendo un problema y llegan a la siguiente situación: la suma de las raíces del número positivo buscado aumentado en 5, y de dicho número disminuido en 2, da 7. ¿Cuál será el número que les resuelve la situación? S: 11

13. Entre Inas, Sergio y Zineb tenían 4.800 dirhams. Colocados sus respectivos capitales durante un año al 6 %, 5 % y 10 %, han producido en total 360 dirhams. Si los hubiesen colocado al 10 %, 4 % y 5 % respectivamente, habrían producido 274 dirhams. ¿Cuánto tenía cada uno? S: 1.000, 1.600 y 2.200 dirhams.

14. Elías le dice a Myriam: "A ver si sabes el número del que te estoy hablando: la suma de sus tres cifras es 7; si invertimos el orden de sus cifras obtenemos un número 297 unidades mayor; y la suma del doble de la cifra de las centenas, más la de las decenas, es una unidad menor que la de las unidades". S: 205

15*. Sonia y Wiam han de proyectar un monumento en forma de ortoedro de 12 m^2 de base para colocarlo de pie en el suelo, de manera que su altura sea el triple de la arista menor de la base y con una <u>superficie visible</u> de 138 m^2. Se preguntan qué dimensiones le han de dar. S: 3, 4 y 9 m.

16. En un estudio que están realizando Yasmine y Wael, han de hallar una cantidad que dividida por ella misma disminuida en 5 se obtenga una cantidad que sea superior en $\frac{3}{4}$ a la que se obtenga de dividirla por ella misma aumentada en 5. ¿De qué número se trata? S: Hay dos soluciones: 15 y $-\frac{5}{3}$.

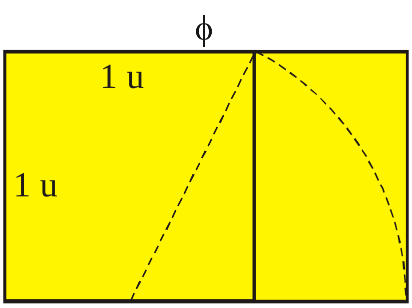
17. Nouhaila, directora de una sucursal bancaria, recibe de Imane 120 billetes entre billetes de 20, 100 y 200 dirhams, que suman un total de 7.100 dirhams. Si el número de billetes de 20 dirhams es el doble de la suma de los demás billetes, ¿cuántos billetes de cada tipo ha recibido? S: 80, 25 y 15 billetes.

18*. Ismael se encuentra en una ciudad A y Oualid, en otra B. Se sabe que ambas ciudades distan 835 km. Ismael y Oualid han de verse para hacer un trabajo y disponen hacerlo en un punto intermedio. Para ello, Ismael sale de A hacia B a las 14 h, a una velocidad de 100 km/h y Oualid sale de B hacia A, a las 15 h y a una velocidad de 110 km/h. ¿En qué punto y a qué hora se encontrarán? S: a 450 km de A y a las 18:30 h.

19*. Una línea de tren une las ciudades B y C, pasando por A que se encuentra entre las dos primeras. A dista de C 50 km menos que B. Chaimae ha salido en tren de A hacia C, a las 10 h, a una velocidad de 150 km/h. Anna ha salido en otro tren de B hacia C, por la misma vía que Chaimae, a las 12 h, a una velocidad de 200 km/h. Chaimae y Anna hablan por el móvil, a las 13 h, y Anna le dice a Chaimae: "Me parece que, si seguimos así, os tendréis que apartar para que nosotros pasemos". Al final resulta que los dos trenes llegan a C al mismo tiempo. ¿A qué distancia está A de C y a qué hora habrán llegado? S: 1.350 km y a las 19 h.

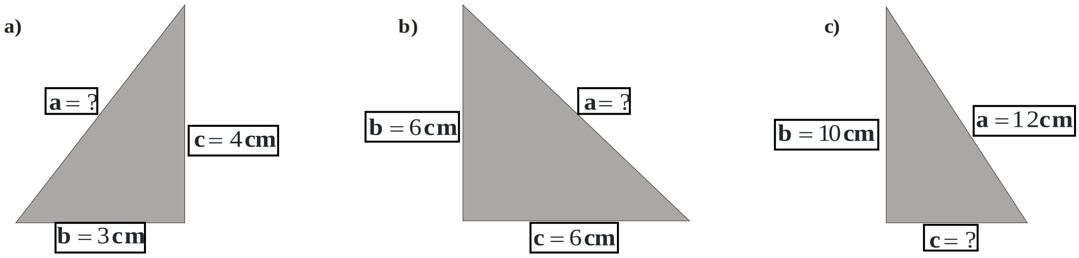
20. El famoso número de oro está formado por la suma de dos números positivos tales que la suma de sus cuadrados es $\frac{3}{2}$ y la diferencia de sus cuadrados es 1. ¿Sabrías hallar dicho número de oro llamado Phi (ϕ)?

S: $\phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (¿Sabrías hallarlo geométricamente utilizando el dibujo de la derecha?)



ÁREAS Y VOLÚMENES

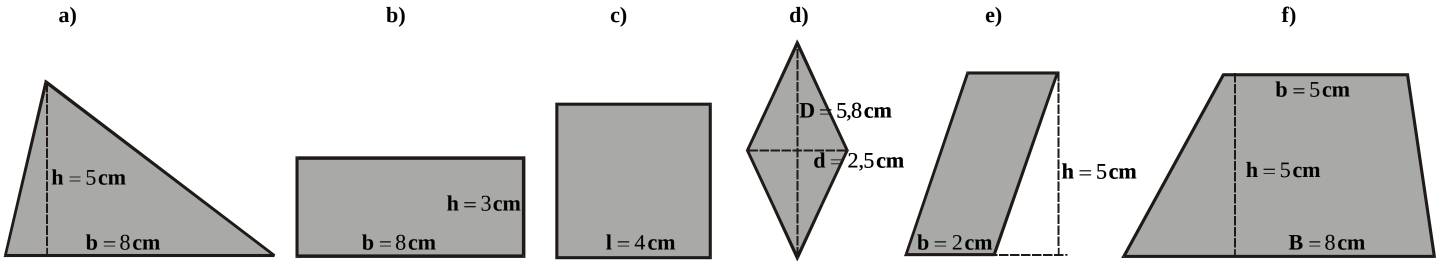
1º.- Escribe el enunciado y las fórmulas del teorema de Pitágoras. Halla el lado que falta en cada uno de los triángulos rectángulos del dibujo y calcula el perímetro de cada uno de ellos.



2º.- En un triángulo isósceles, la base mide 8 cm. y la altura 12 cm. Halla su perímetro.

3º.- Sea un hexágono regular de 6 cm de lado. Halla su área.

4º.- Calcula el área de los siguientes polígonos:

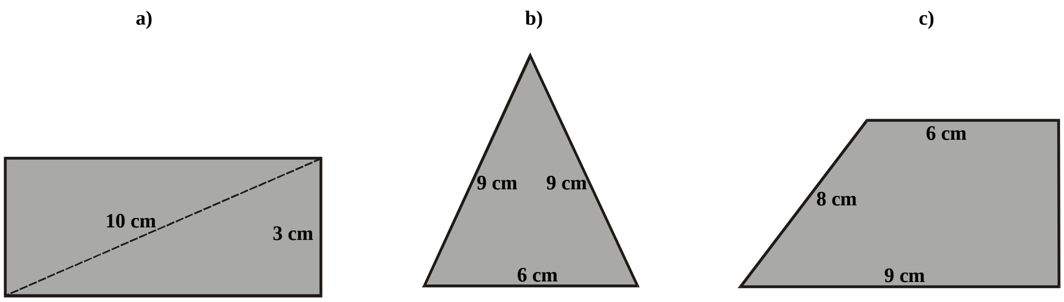


5º.- Calcula el área de un cuadrado de 48 cm de perímetro.

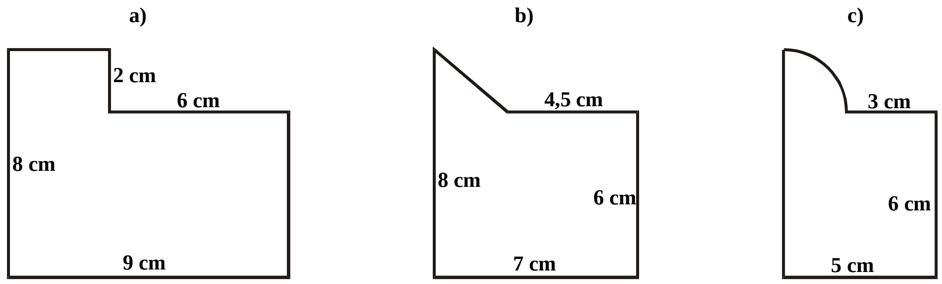
6º.- Calcula el área de un rombo de 6 cm de lado si una de sus diagonales mide 10 cm.

7º.- Calcula la longitud de una circunferencia de 6 cm de radio y el área de su círculo.

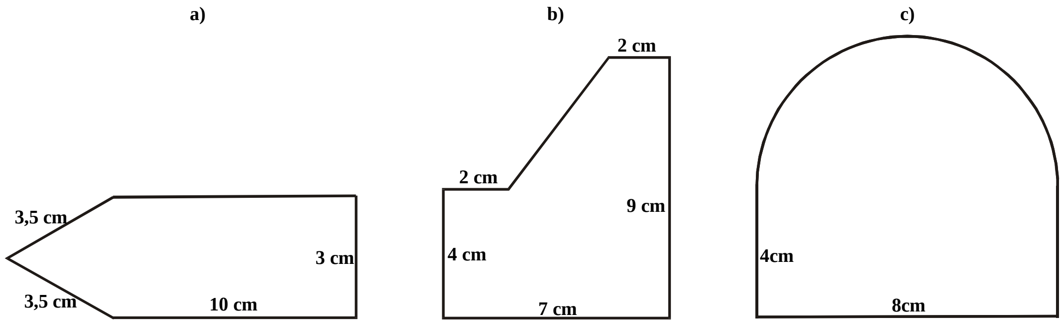
8º.- Calcula el área de los siguientes polígonos:



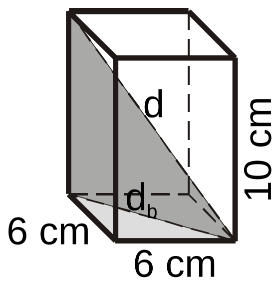
9º.- Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:



10º.- Calcula el perímetro y el área de las siguientes figuras:

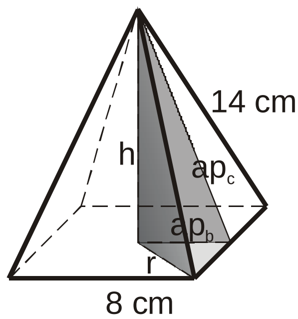


12º.- Respecto al paralelepípedo regular adjunto, contesta los siguientes apartados:



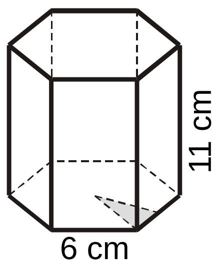
a) Halla el área de su base.
b) Halla su área lateral.
c) Halla su área total.
d) Halla la diagonal de su base.
e) Halla la diagonal del prisma.
f) Halla su volumen.

13º.- Respecto a la pirámide regular adjunta, contesta los siguientes apartados:



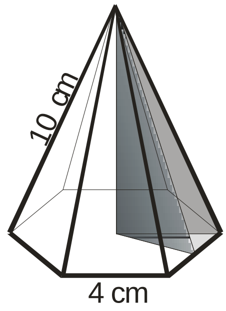
a) Halla su área lateral.
b) Halla su área total.
c) Halla su volumen.

14º.- Respecto al prisma regular adjunto, contesta los siguientes apartados:



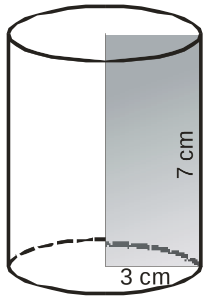
a) Halla su área lateral.
b) Halla su área total.
c) Halla su volumen.

15º.- Respecto a la pirámide regular adjunta, contesta los siguientes apartados:



a) Halla el área de su base.
b) Halla el área de una de sus caras laterales.
c) Halla su área lateral.
d) Halla su área total.
e) Halla su volumen.

16º.- Respecto al cilindro adjunto, contesta los siguientes apartados:

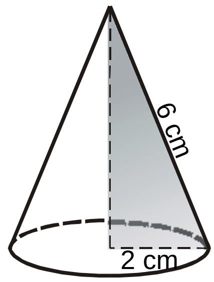


a) Halla el perímetro y el área de su base.
b) Halla su área lateral.
c) Halla su área total.
d) Halla su volumen.

17º.- Calcula el volumen de una columna de 4 m de alta y 1’5 m de longitud de la base.

18º.- Una piscina con el fondo horizontal tiene 9 m de largo y 4 m de ancho. Si contiene 115’20 m^3 de agua, ¿cuál será su profundidad?

19º.- Respecto al cono adjunto, contesta los siguientes apartados:

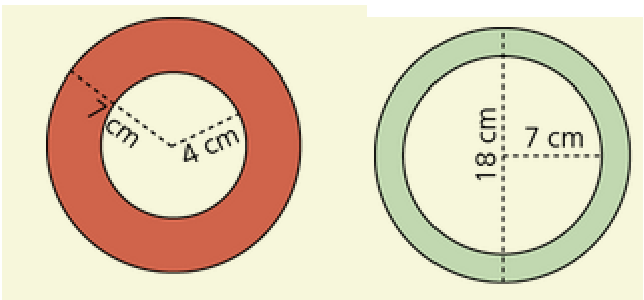


a) Halla el perímetro y el área de su base.
b) Halla su área lateral.
c) Halla su área total.
d) Halla su altura.
e) Halla su volumen.

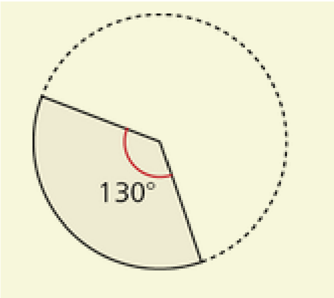
20º.- La altura de un cono mide 18 cm y la generatriz, 25 cm. ¿Cuál será el volumen de dicho cono?

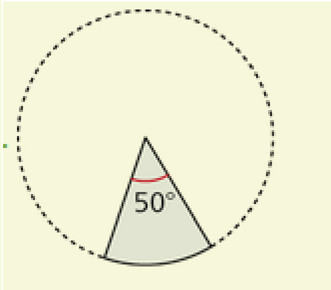
21º.- Halla la superficie y el volumen de una esfera de 3 cm de radio.

22º.- Halla el área de estas coronas circulares:

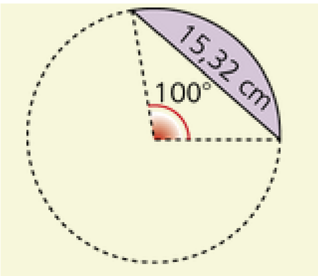


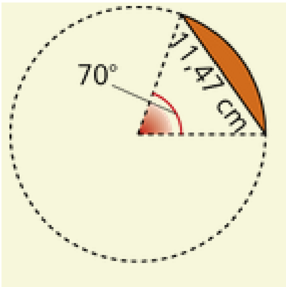
23º.- Calcula el área de los sectores circulares de estas circunferencias de 8 cm de radio:





24º.- Determina el área de los segmentos circulares de estas circunferencias de 1O cm de radio:





TRIGONOMETRÍA

1. Pasa los siguientes ángulos de grados a radianes y viceversa:

a) 30º c) 105º e) 60º g) 100º i) 150º

b) $\frac{\pi}{3}$ Rad. d) $\frac{3\pi}{2}$ Rad. f) $\frac{\pi}{5}$ Rad. h) $\frac{3\pi}{4}$ Rad. j) $\frac{5\pi}{3}$ Rad.

2. Calcula las siguientes razones trigonométricas:

a) sen 25º	Sol.: 0,422618	d) sen (43º 28'30'')	Sol.: 0,688038
b) cos 46º	Sol.: 0,694658	e) cos (67º 52'')	Sol.: 0,390499
c) tg 69º	Sol.: 2,605089	f) tg (21º 25')	Sol.: 0,392231

3. Calcula el seno, el coseno y la tangente de los siguientes ángulos:

a) 38º	Sol.: seno: 0,615661	coseno: 0,788011	tangente: 0,781285
b) 65º 32' 55''	Sol.: seno: 0,910313	coseno: 0,413921	tangente: 2,199242

4. Halla el ángulo α al que corresponde cada una de las siguientes razones trigonométricas:

a) $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}350461$	Sol.: 20º 30' 56''	d) $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}920581$	Sol.: 67º 40''
b) $\cos\alpha = 0{,}810023$	Sol.: 35º 54' 7''	e) $\cos\alpha = 0{,}129953$	Sol.: 82º 31' 59''
c) $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}359876$	Sol.: 53º 40' 14''	f) $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}213285$	Sol.: 12º 2' 24''

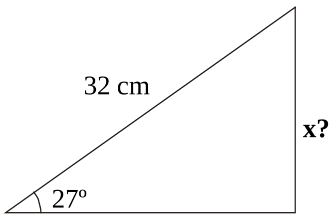
5. Calcula las razones trigonométricas que faltan en los siguientes apartados:

a) $\operatorname{sen}\alpha = 0{,}610208$ c) $\operatorname{tg}\alpha = 1{,}309748$ e) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$

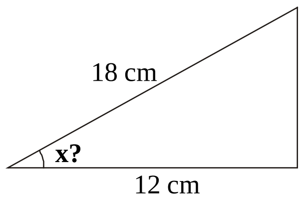
b) $\cos\alpha = 0{,}726944$ d) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ f) $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{3}$ h) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{2}$

6. Halla la incógnita indicada en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

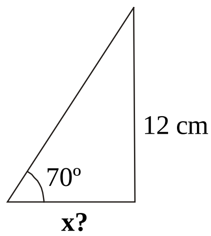
a)



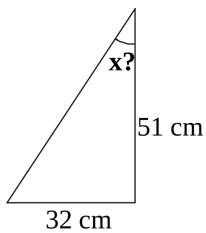
b)



c)



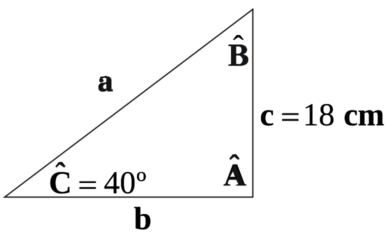
d)



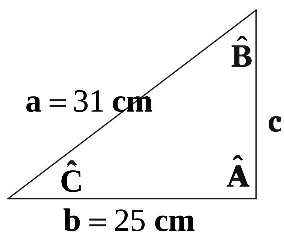
6.

7. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:

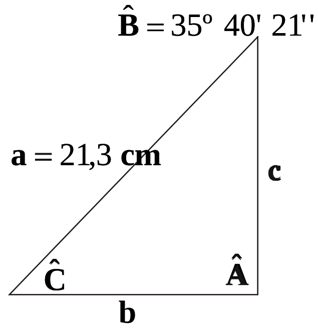
a)



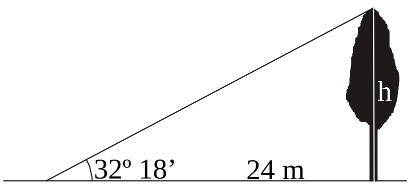
b)



c)



8. Para medir la altura del árbol del dibujo, se dirige, desde un punto que dista 24 m del pie del árbol, una visual hacia su copa, formando con la horizontal un ángulo de 32º 18’. Halla la altura **h** del árbol.

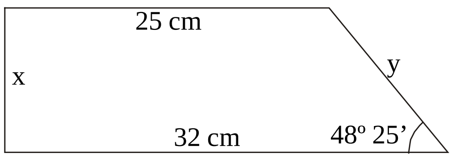


8. Halla los ángulos de un triángulo isósceles de 10 cm de base y 15 cm de altura.

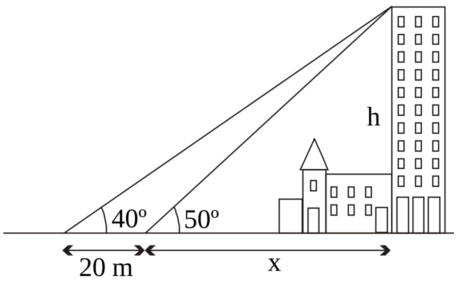
9. En un triángulo isósceles la base mide 8 m y cada uno de los ángulos iguales, 52º 30’. Halla su área y su perímetro.

10. Halla la apotema y el área de un pentágono regular de 10 cm de lado.

11. Halla el perímetro y el área del trapecio rectángulo del dibujo adjunto.



12. Para medir la altura h del edificio del dibujo se procede como sigue:

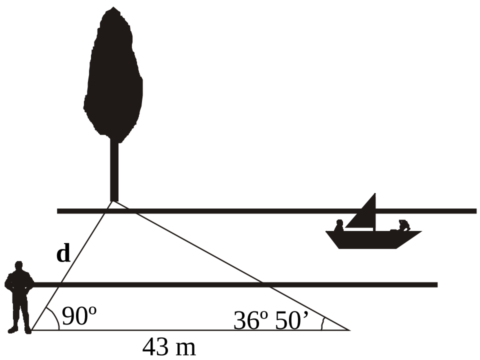


Dirigimos una visual a su punto más alto, que forma un ángulo de 40º con la horizontal.

A continuación nos acercamos 20 m al pie del edificio y dirigimos otra visual al mismo punto. En este caso, la visual forma un ángulo de 50º con la horizontal.

¿Cuánto medirá dicha altura?

13. El señor del dibujo adjunto quiere saber la distancia d a la que se encuentra del árbol que hay en la otra orilla del río. Para ello procede como sigue:

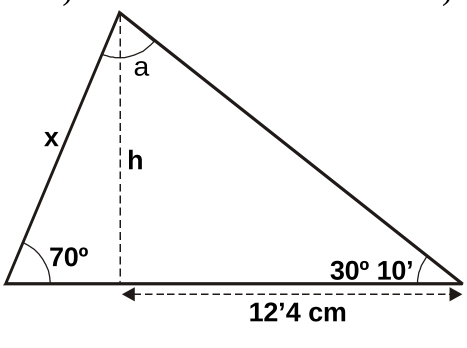


Dirige una visual desde un punto del suelo hacia el pie del árbol. Gira 90º a su derecha y se desplaza 43 m. Nuevamente dirige una visual al pie del árbol y observa que esta visual forma un ángulo de 36º 50’ con la dirección de su desplazamiento.

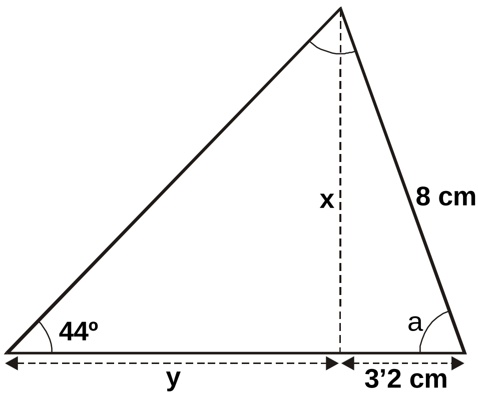
¿A qué distancia del árbol se encontraba?

14. En los triángulos adjuntos, calcula los valores de las incógnitas que se indican.

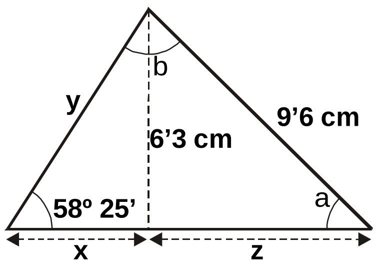
a)



b)



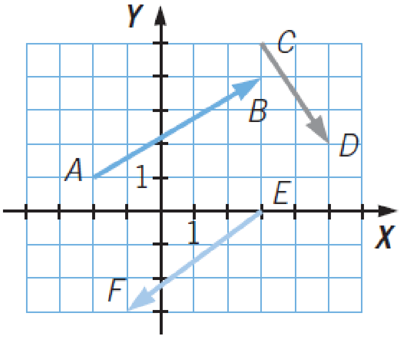
c)



15. La apotema de un heptágono regular mide 5 cm. ¿Cuánto medirá su radio? ¿Y su lado?

VECTORES Y GEOMETRÍA

1. ¿Cuáles son las coordenadas de los vectores?



2. Dados los puntos A(−2, 0), B(0, 0) y C(3, −2), representa y calcula las coordenadas y el módulo de los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ y $\overrightarrow{AC}$.
3. Dados los puntos A(0, 0), B(1, 1) y C(0, 2), halla las coordenadas de un punto D para que los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ sean equivalentes, y también para que sean paralelos.
4. Dados los puntos $A(0,0)\ B(-1,3)\ C(-2,-2)\ D(1-3)$. Calcula el resultado de estas operaciones vectoriales:

   a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$　　b) $\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AB}$　　c) $\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{CD}$

   d) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}$　　e) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}$　　f) $-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}$

5. Los puntos $A(-1,1)$, $B(0,2)$ y $C(2,0)$ son los vértices de un triángulo. Halla las coordenadas de los vectores que forman sus lados.
6. Si $\vec{u}=(-3,2)$ y $\vec{w}=(4,-1)$, determina el vector $\vec{v}$ tal que $\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$.
7. Sabiendo que $A(3,-4)$ y $B(5,2)$, calcula $k\cdot\overrightarrow{AB}$.

   a. $k=3$　　b. $k=-2$

   c. $k=5$　　d. $k=\dfrac{1}{2}$

8. Efectúa las siguientes operaciones analítica y gráficamente, si $\vec{u}=(6,2)$ y $\vec{y}=(-2,1)$

   a) $2\vec{u}+3\vec{v}$　　b) $(-1)\vec{v}-\vec{u}$

9. Sabemos que A' es el transformado de A por la traslación de vector $\vec{u}=(x,y)$. Calcula x e y.

   a. $A(0,2)\xrightarrow{\vec{u}}A(-2,4)$　　b. $A(xy)\xrightarrow{\vec{u}=(-2-3)}A'(-4,6)$

   c. $A(-1,-2)\xrightarrow{\vec{u}=(x,3)}A(5,y)$　　d. $A(x,8)\xrightarrow{\vec{u}=(7,y)}A'(10,5)$

10. Dados los puntos de coordenadas $A(-1,7)$ y $B(0,1)$:

    a. Calcula el vector director de la recta que pasa por A y B.
    b. Calcula la pendiente del ese vector

c. Calcula la ecuación punto pendiente de la recta que pasa por A y B
d. Halla la ecuación vectorial de dicha recta.

11. Calcula la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $A(0,-4)$ y tiene como vector director $\vec{u}=(-1,7)$.
12. Determina la ecuación vectorial y paramétrica de la recta que pasa por el punto $A(-2,3)$ tiene como vector director:

    a. $\vec{u}=(3,4)$
    b. $\vec{v}=(-3,-4)$
    c. $2\vec{v}=(6,8)$
13. Calcula las ecuaciones paramétricas y continua de la recta que pasa por el punto $A(0,-4)$ y tiene como vector director $\vec{v}=(-1,7)$.
14. Cuáles son las ecuaciones paramétricas y continua de la recta que pasa por el punto $A(2,3)$ y tiene como vector director $\vec{v}=(-1,0)$?
15. Determina la ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto A(−2, 3) y tiene como vector director:

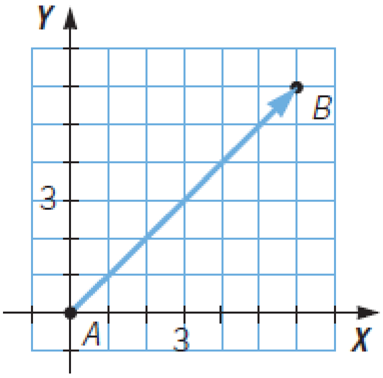
    a) $\vec{v}=(3,\ 4)$ b) $-\vec{v}=\ (-3,\ -4)$ c) $2\vec{v}=(6,8)$

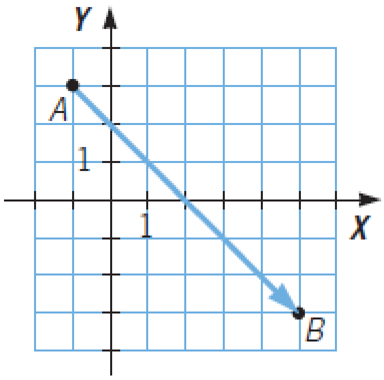
    Escribe cinco puntos de cada una de las rectas. ¿Qué característica tienen en común estas tres rectas?

16. Encuentra dos vectores que cumplan que:

    a. Tienen la misma dirección y sentido, siendo uno de ellos con origen en (0, 0) y otro en (2, 4).
    b. Tienen la miasma dirección y sentido contrario.

17. Calcula el módulo de los vectores:





18. Obtén el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

    a) $A(1,\ 1)$ y $B(2,\ 3)$

    b) $A(-4,\ 1)$ y $B(5,\ -2)$

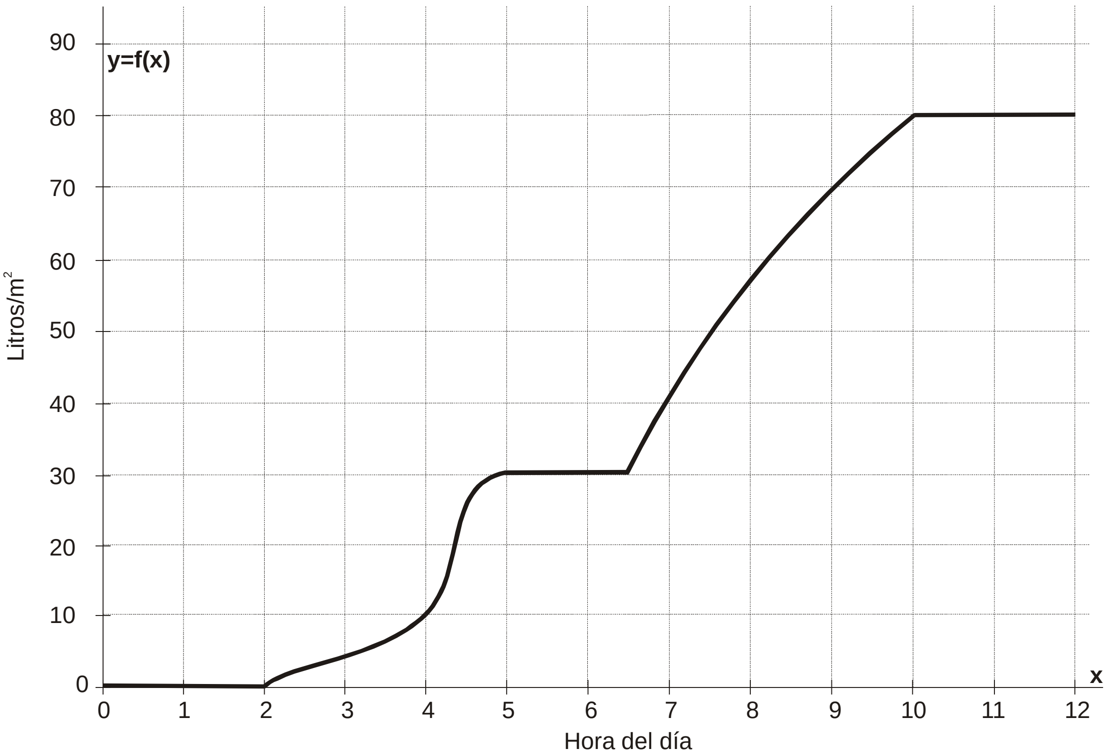
    c) $A(3,\ -2)$ y $B(1,\ -1)$

    d) $A(-3,\ 0)$ y $B(0,\ 4)$

FUNCIONES Y GRÁFICAS

Nombre: **CURSO: 4º -**

1º.- En la pantalla (gráfica adjunta) de un pluviómetro se observa el número de litros por metro cuadrado caídos desde las 0 horas hasta las 12 h de un cierto día.



Proponed preguntas importantes relativas a la gráfica y contestadlas. Dad una interpretación global de la lluvia caída durante las doce horas representadas.

2º.- Estudia y representa las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = x^2 - 2x + 8$ c) $y = -x^2 - 3x$ e) $f(x) = x^2 + x + 2$

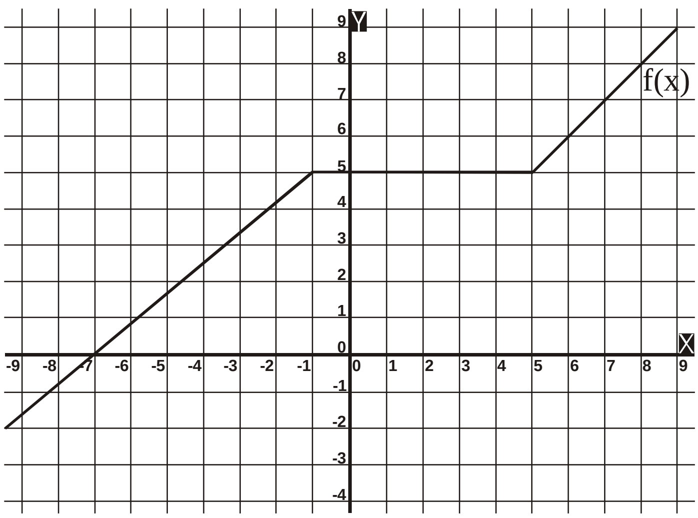
b) $f(x) = 2x^2 - 8$ d) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ f) $y = -x^2 - 1$

3º.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - x + 1$ c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ e) $y = \sqrt{2x + 3}$ h) $f(x) = \sqrt{-3x + 5}$ j) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x}$

b) $y = \dfrac{3x^2 - x + 1}{x + 1}$ d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ g) $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$ i) $y = \dfrac{7x - 9}{x^3 - 2x}$ k) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

4º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:
$f(5)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(8)$, $f(-4)$, $f(-7)$ y $f(-8)$

b) Determina las antiimágenes de:
$y = 6$, $y = 3$, $y = 0$ $y = -1$ e $y = 5$

c) Determina su dominio y su recorrido.

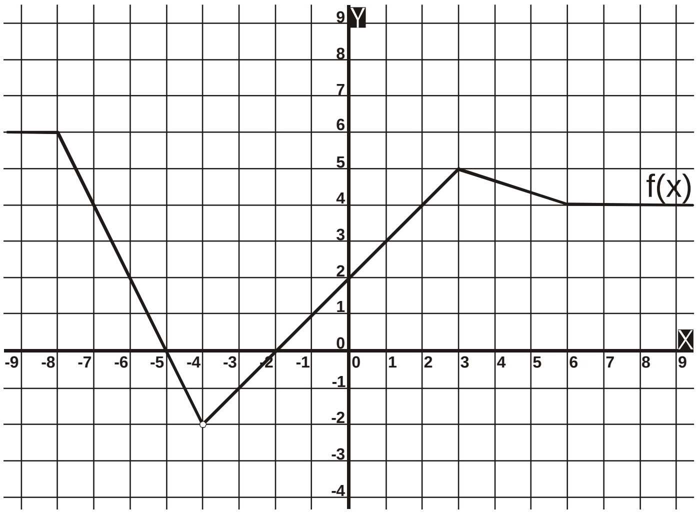
d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

5º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:

$f(6)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(8)$, $f(-4)$, $f(-7)$ y $f(-8)$

b) Determina las antiimágenes de:

$y = 5$, $y = 7$, $y = 3$, $y = 0$, $y = -2$ e $y = -5$

c) Determina su dominio y su recorrido.

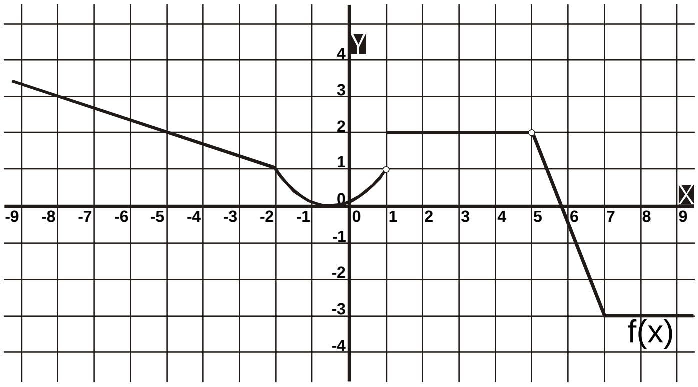
d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

6º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:

$f(-5)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-0'5)$, $f(1)$, $f(3'509)$, $f(5)$, $f(6)$ y $f(8)$

b) Determina las antiimágenes de:

$y = -4$, $y = -1$, $y = 0$, $y = 1$, $y = 0'5$ e $y = 2$

c) Determina su dominio y su recorrido.

d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

7.- Representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \le 1 \\ x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} -x - 5 & \text{si } x \le 0 \\ x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

g) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \le -6 \\ 4 & \text{si } -6 < x \le 1 \\ -2x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 4 \\ 2x - 5 & \text{si } x \ge 4 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -5 \\ x + 2 & \text{si } -5 \le x \le 3 \\ 2x - 1 & \text{si } 3 < x \end{cases}$

h) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < -1 \\ -x - 2 & \text{si } -1 \le x < 1 \\ x - 4 & \text{si } 1 \le x \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ -x^2 + 2x - 1 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$

i) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 8 & \text{si } x \le 2 \\ x^2 - 2x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

8.- En cada una de las funciones del ejercicio anterior, contesta los siguientes apartados:

a) Determina su dominio y su recorrido.

b) Determina sus puntos de discontinuidad.

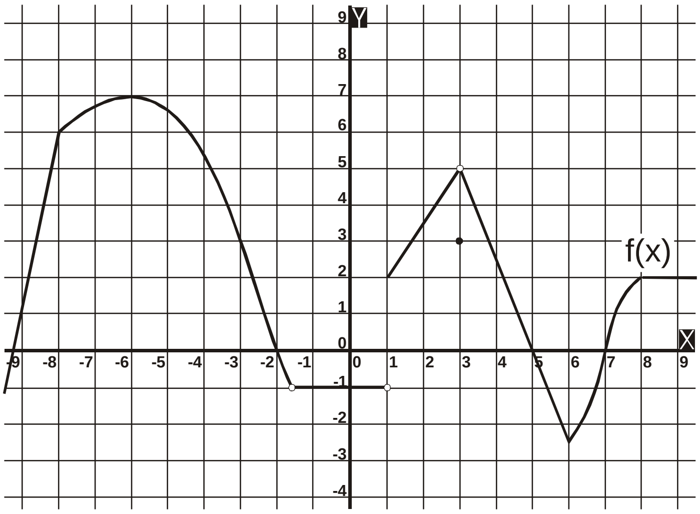
c) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

d) Estudia sus signos.

e) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

Actividad 1:

Sea la función $f(x)$ cuya gráfica es la de la figura adjunta. Se pide:



a) Determina su dominio y su recorrido.

b) Determina sus puntos de discontinuidad.

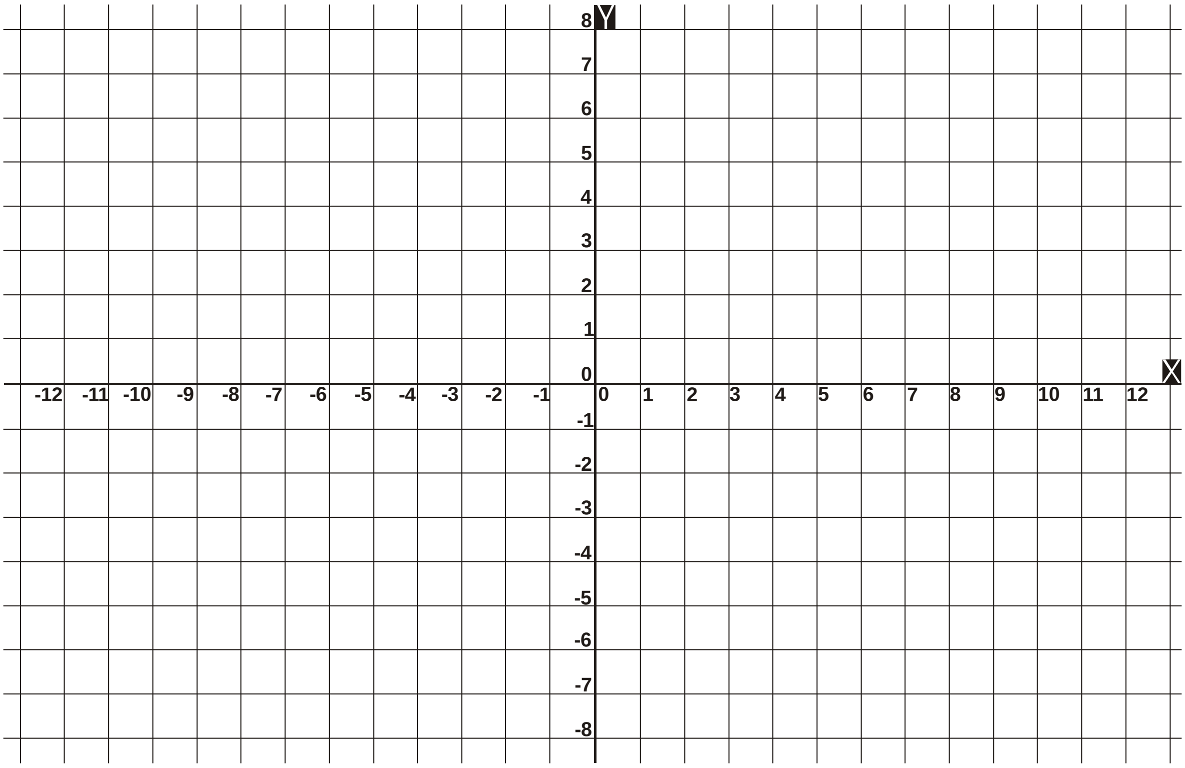
c) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

d) Estudia sus signos.

e) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

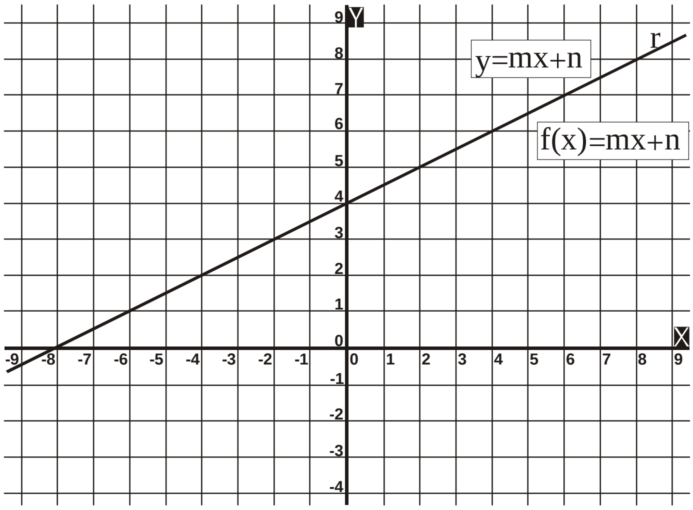
Actividad 2:

Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+12 & \text{si } x<-4 \\ 2x+4 & \text{si } -4<x<0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$. Represéntala gráficamente en los ejes adjuntos y haz su estudio.



Actividad 3:

Vamos a determinar la ecuación de una recta sabiendo dos de los puntos por los que pasa:



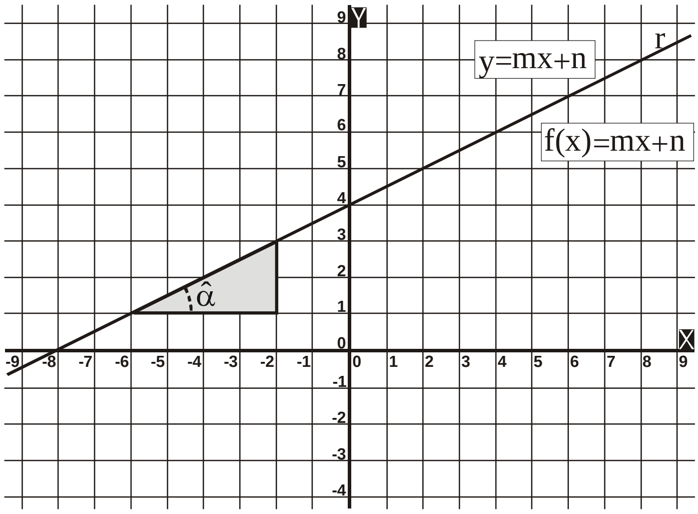
- Determina dos puntos cualesquiera A y B de la recta r: $A(\ \ ,\ \ )$ y $B(\ \ ,\ \ )$.
- Sustituye las coordenadas de A y B en la ecuación de la recta r y resuelve el sistema resultante.

- ¿Qué ecuación de r obtienes al sustituir m y n por los valores hallados?:

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(4,-1)$ y $B(7,4)$.

Sabemos del año pasado que la ordenada en el origen "n" de una recta significa la ordenada del punto de corte de la recta con el eje OY. Compruébalo.

Pero ¿qué significa la pendiente "m"? Vamos a verlo:



- Calcula la tangente del ángulo $\hat{\alpha}$:

$$\operatorname{tg}\hat{\alpha} = \frac{\quad}{\quad}$$

- ¿Con quién coincide?:

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que dicha recta forma con la horizontal.

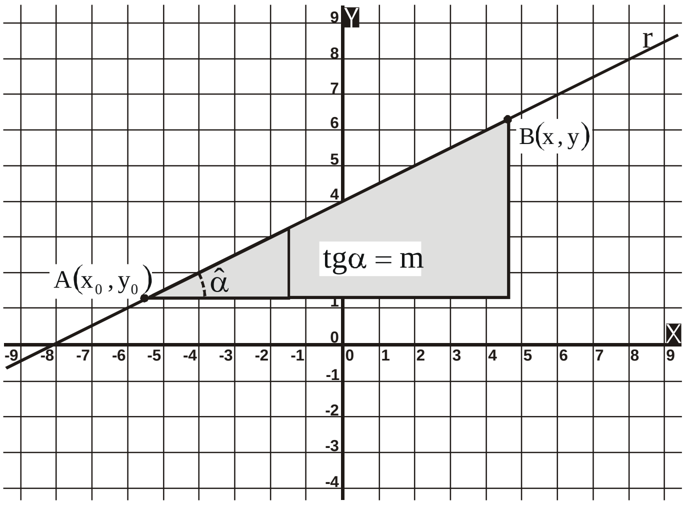
- ¿Cómo podrías hallar la pendiente de r a partir de los puntos A y B que habías considerado?

- ¿Y si supieses dos puntos cualesquiera $A(x_0, y_0)$ y $B(x_1, y_1)$ de una recta r?

$m = \rule{4cm}{0.4pt}$

Ejemplo: Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos $P(-2\ ,\ 0)$ y $Q(5\ ,\ 3)$.

Supongamos que de una recta r conocemos un punto $A(x_0\ ,y_0)$ y su pendiente m. Vamos a hallar la ecuación de dicha recta: $tg\alpha = m$



- Consideremos un punto cualquiera $B(x,\ y)$ de la recta r.
- Determinemos la pendiente de r:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

De aquí,

$$\boxed{y - y_0 = m \cdot (x - x_0)}$$ **Ecuación de una recta en la forma punto-pendiente**.

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-1,\ -2)$ y que tiene por pendiente $m = \frac{4}{3}$.

$$y - (-2) = \frac{4}{3} \cdot [x - (-1)] \Rightarrow y + 2 = \frac{4}{3}(x + 1) \Rightarrow 3y + 6 = 4x + 4 \Rightarrow 3y = 4x - 2 \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

$y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$ **Ecuación explícita de la recta**: $y = mx + n$

$$y - (-2) = \frac{4}{3} \cdot [x - (-1)] \Rightarrow y + 2 = \frac{4}{3}(x + 1) \Rightarrow 3y + 6 = 4x + 4 \Rightarrow 4x - 3y - 2 = 0$$

$4x - 3y - 2 = 0$ **Ecuación implícita o general de la recta**: $ax + by + c = 0$

Ejemplo: Determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $M(5,\ 3)$ y cuya pendiente es $m = 1$.

Ejemplo: Determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $R(-2,\ 1)$ y cuya pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA

1. En la clase de educación física se ha pedido a cada estudiante que lance 10 veces la pelota de baloncesto desde la línea de personal. Estos resultados son las canastas conseguidas por cada estudiante: 4,5,7,3,5,2,6,5,4,4,5,8,6,5,7,4,3,5,7,1,2,4,3,6,3,3,5,4,4,2.
   a) Construir una tabla de frecuencias y representarla.
   b) Calcula la media y la desviación típica. Calcular también el coeficiente de variación.
   c) Construir la tabla de frecuencias acumuladas y de porcentajes acumulados y, a partir de ella, hallar la mediana, Me.

2. Los siguientes datos corresponden al número de faltas de ortografía cometidas en un dictado por los 20 alumnos de 3º ESO:

   0, 1, 1, 2, 2   1, 0, 2, 4, 1   2, 2, 1, 1, 0   1, 2, 3, 4, 3

   a) Calcula la media, la moda, la mediana, la desviación típica
   b) Representa los datos en un diagrama de sectores.

3. La siguiente tabla muestra los lanzamientos de jabalina que se han realizado en la clasificación para los juegos olímpicos:

Distancia (m)	N.º de lanzadores
54 a 58	4
58 a 62	11
62 a 66	24
66 a 70	9
70 a 74	5

a) Realiza un histograma para representar la variable distancia
b) Calcula la frecuencia relativa del intervalo 62 a 66.
c) Calcula las marcas de clase, la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de la variable distancia.

4. La siguiente tabla nos da el peso de un grupo de personas:

Peso	Personas
50 a 58	6
58 a 66	12
66 a 74	21
74 a 82	16
82 a 90	5

d) Realiza un histograma para representar la variable peso
e) Calcula el intervalo modal y la frecuencia relativa del intervalo 74 a 82
f) Calcula las marcas de clase, la media y la desviación típica

5. Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas en una evaluación por los estudiantes de una clase:

Número de suspensos	N.º de estudiantes
0	10
1	4
2	5
3	2
4	4
5	3

a) Realiza un diagrama de barras para representar la variable número de suspensos.
b) Calcula la frecuencia relativa y el % de los que suspenden 3 asignaturas
c) Calcula el número medio de suspensos, la desviación típica y el coeficiente de variación de la variable número de suspensos

6. Un grupo de diez estudiantes aficionados a la investigación científica ha llevado a cabo un experimento. Cada uno de ellos ha subido a una altura distinta, AL (m), en la misma montaña y ha obtenido distintas medidas, entre ellas las pulsaciones por minuto del propio experimentador, PUL.
   a) Calcula la media y desviación típica de las variables AL y PUL
   b) Da la definición de media y varianza.
   c) Representa la nube de puntos. Calcula el coeficiente de correlación lineal, di si la correlación es fuerte o débil y relaciona el coeficiente de correlación con la nube de puntos, justificando las respuestas.

AL (m)	PUL
0	73
184	70
231	75
481	78
730	83
911	80
1343	89
1550	80
1820	85
2184	92

7. Una jugadora de baloncesto hace 10 lanzamientos a canasta desde una distancia de 1 m, otros 10 desde 2 m, y así sucesivamente hasta 8 m. En cada caso ha tomado nota del número de encestes.
   a) Representa la nube de puntos y calcula la media y desviación típica de las variables distancia y número de encestes
   b) Calcula el coeficiente de correlación lineal, di si la correlación es fuerte o débil y relaciona el coeficiente de correlación con la nube de puntos.

Distancia (m)	N.º de encestes
1	9
2	10
3	6
4	4
5	2
6	0
7	1
8	0

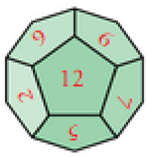
8. Las estaturas, en cm, de 10 chicas (x_i) y las de sus respectivas madres (y_i) son las que observas en la tabla.
   a) Representa la nube de puntos y calcula la media y desviación típica de las variables estatura de chicas y madres .
   b) Calcula el coeficiente de correlación lineal, di si la correlación es fuerte o débil y relaciona el coeficiente de correlación con la nube de puntos, justificando las respuestas.

Estatura chicas	Estatura madres
158	163
162	155
164	160
165	161
168	164
169	158
172	175
172	169
174	166
178	172

PROBABILIDAD

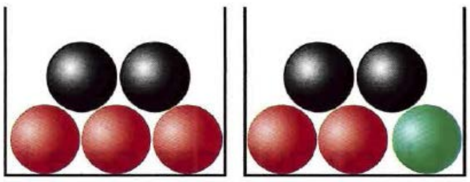
9. Lanzamos un dado con forma de octaedro, con sus caras numeradas del 1 al 8. Evalúa estas probabilidades:
    a) P[múltiplo de 3)
    b) P[menor que 5)
    c) P[número primo]
    d) P[no múltiplo de 3]
10. Extraemos dos cartas de una baraja española. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea un REY y la segunda un AS?
11. Se extraen 3 cartas con reemplazamiento. Halla:
    a) P[As en 1ª y FIGURA en 2ª y 3ª CARTA]
    b) P[3 ASES]
    c) P[un AS y dos FIGURAS]
    d) P[ningún AS]
12. Lanzamos un dado con 6 caras, suponiendo que está correctamente fabricado, Calcula:
    a) la probabilidad de que salga 1 o 2
    b) Describe el suceso mayor que 2 y calcula su probabilidad
    c) Describe el suceso que salga par y calcula su probabilidad
    d) Describe el mayor que 7 y calcula su probabilidad

13. Escogemos al azar un día cualquiera de la semana
    a) Da la definición de espacio muestral y di cual es el espacio muestral en este experimento.
    b) Describe el suceso día laborable y calcula su probabilidad
    c) Describe el suceso de los días que empiezan por M y calcula su probabilidad
    d) Describe el suceso de los días que no terminan en *"es"* y calcula su probabilidad
14. Lanzamos un dado con forma de dodecaedro con las caras numeradas del 1 al 12 y anotamos c número obtenido.
    a) ¿Cuál es el espacio muestral?
    b) Escribe los sucesos: $A =$ Menos de 5, $B =$ Más de 7, $C =$ Número par, $D =$ No múltiplo de 7
    c) Calcula las probabilidades $P(A), P(B), P(C), P(D)$



15. Una urna contiene 5 bolas negras y 3 blancas. Extraemos tres bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean blancas? ¿Y negras?

16. Sacamos una bola de cada urna. Calcula la probabilidad de que:
    a) Ambas sean rojas.
    b) Ambas sean negras.
    c) Alguna sea verde.



17. Da la definición de probabilidad (Laplace) y sus propiedades. Extraemos dos cartas de una baraja española con 40 cartas (4 palos: oros, copas, espadas y bastos). Hallar la probabilidad de obtener:
    a) Dos sietes
    b) La 1ª carta una copa y la 2ª carta un basto
    c) Una espada y un oro

18. De una urna con 3 bolas verdes y 4 rojas, extraemos dos bolas. Calcular la probabilidad de que:
    a) Ambas sean verdes
    b) La 1ª sea roja y la 2ª verde
    c) Al menos una bola sea roja

19. Extraemos dos cartas de una baraja española (40 cartas). Hallar la probabilidad de obtener:
    a) Dos ases
    b) La 1ª un rey y la 2ª un as
    c) Una copa y una espada

20. Extraemos dos (2) cartas de una baraja española con 40 cartas (4 palos: oros, copas, espadas y bastos). Hallar la probabilidad de obtener:
    a) Halla la probabilidad del suceso "sacar dos espadas" .
    b) Halla la probabilidad del suceso: "sacar 1º un as y 2º una figura" .
    c) Halla la probabilidad del suceso "sacar un as y una figura" .
    d) Halla la probabilidad del suceso "no sacar ninguna espada".