

NÚMEROS REALES

1. Simplifica, sacando de la raíz todos los factores que puedas:

a) $\sqrt{8} =$

d) $\sqrt[10]{x^{14}} =$

g) $\sqrt[3]{81} =$

b) $\sqrt[3]{16} =$

e) $\sqrt[3]{x^{25}} =$

h) $\sqrt[5]{128} =$

c) $\sqrt[5]{2^{11}} =$

f) $\sqrt[3]{x^{15}} =$

i) $\sqrt{1024} =$

2. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{a^3 \cdot 27} =$

c) $\sqrt[5]{-64x^6} =$

e) $\sqrt[3]{648} =$

g) $\sqrt[3]{\frac{81}{x^5}} =$

i) $\sqrt[5]{\frac{1}{64}} =$

b) $\sqrt[5]{y^{15}x^{10}} =$

d) $\sqrt{8x+8} =$

f) $\sqrt[3]{(8x)^5} =$

h) $\sqrt{25x^2 + 25x^3} =$

3. Reduce a índice común los siguientes radicales:

b) $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[5]{a}$

d) $\sqrt{8}, \sqrt[10]{2}, \sqrt[3]{16}$

a) $\sqrt[6]{a^3}, \sqrt[3]{a^2}, \sqrt{a^3}$

c) $\sqrt[5]{a}, \sqrt{b^5}, \sqrt{c^3}$

LOGARITMOS

1. Calcula los siguientes logaritmos a partir de su definición:

a) $\log_4 16 =$

d) $\log \sqrt{0,01} =$

b) $\log 0,001 =$

e) $\log_2 \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{2}} =$

c) $\log_3 1 =$

f) $\log_5 \frac{\sqrt{125}}{5 \cdot \sqrt[3]{5}} =$

2. Si $\log 2 \approx 0,301$ calcula una aproximación de los siguientes logaritmos:

a) $\log 16 =$

d) $\log \sqrt[4]{0,2} =$

b) $\log \frac{1}{4} =$

e) $\log \sqrt[5]{\frac{1}{2}} =$

c) $\log \sqrt[3]{32} =$

f) $\log 400 =$

3. Expresa como un solo logaritmo las siguientes expresiones:

a) $5\log_2 A + 3\log_2 B =$

b) $\frac{1}{2}\ln A + 2\ln B - 3\ln C =$

c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{3}{2}\log B =$

4. Halla el valor de x , aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 15$

b) $\log x + 2\log 2 = 2\log 3 + \log 12$

OPERACIONES CON RADICALES

1. Efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\sqrt[3]{3^8} \cdot \sqrt[3]{3^{-5}} =$

f) $\sqrt[3]{2^5} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} =$

b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{24} =$

c) $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[3]{(2x)^3} \cdot \sqrt[3]{2x^4} =$

d) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2^{-4}}} =$

e) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{48}} =$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{3^5}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} =$

h) $\sqrt{2^5} \cdot \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2} =$

i) $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x}} \cdot x^2 =$

j) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{125}}{3}} =$

2. Calcula y simplifica:

a) $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$

b) $3 \cdot \sqrt{75} - 5 \cdot \sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27} =$

c) $3 \cdot \sqrt{32x^3} + \sqrt{50x} - \sqrt{200x^3} - 2 \cdot \sqrt{8x} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{16}{375}} + \sqrt{\frac{100x}{3}} + \sqrt[3]{\frac{128}{81}} + \sqrt{\frac{4x}{27}} =$

3. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

b) $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$

c) $\frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} =$

d) $\frac{5}{3\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$

e) $\frac{-3}{5 - 4\sqrt{2}} =$

4.

Expresa con una única raíz:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$

b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$

c) $(\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$

5.

Calcula y simplifica:

a) $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

b) $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

6.

Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

7.

Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

b) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}}$

c) $\frac{1}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$

d) $\frac{3}{\sqrt{5} - 2}$

e) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$

f) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$

14.

Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

Calcula la base de cada caso:

a) $\log_x 1/4 = 2$

b) $\log_x 2 = 1/2$

c) $\log_x 0,04 = -2$

d) $\log_x 4 = -1/2$

• Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar x .

En c), $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$.

POLINOMIOS

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

1. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios de segundo grado:

a) $x^2 - 13x + 30 =$

c) $2x^2 + 13x + 15 =$

b) $x^2 - 10x + 16 =$

d) $4x^2 - 24x + 11 =$

2. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 =$

d) $3x^3 - 5x^2 - 12x + 20 =$

b) $x^3 - x^2 - 8x + 12 =$

e) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 =$

c) $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 =$

f) $x^3 - 2x^2 - x + 2 =$

3. Escribe la factorización de los siguientes polinomios, sin hallar las raíces:

a) $x^2 - 5x =$

b) $x^2 - 25 =$

c) $x^7 - 4x^5 =$

d) $x - x^3 =$

e) $x^5 - 16x =$

OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRÁICAS

1. Calcula y simplifica:

a) $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2}\right) =$

b) $\left(2 + \frac{1}{x}\right) + \frac{x}{x-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) =$

c) $\left(x - \frac{1}{x}\right) : \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) =$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

b) $x^2 + 5x = 0$

c) $3x^2 - 18 = 0$

d) $x^2 - 2 = 0$

e) $x^2 + 3(x - x^2) - 5 = 5(x - 1)$

f) $(x - 2)^2 + 3(x - 1) = 6 + (1 - x^2)$

g) $(2x - 1) - \frac{x^2 + 5x + 1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{(x - 2)^2}{2}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE GRADO IGUAL O MAYOR QUE 3

1. Resuelve las siguientes ecuaciones sin hacer operaciones:

a) $(x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0$

c) $(x - 3)^3(x^2 - 1) = 0$

b) $x^2(x - 5)(x + 7) = 0$

d) $5x(x^2 - 4)(x - 2)(x^2 - 5) = 0$

2. Factoriza el polinomio P (x) de cada una de las siguientes ecuaciones del tipo P (x) = 0, y halla las soluciones.

a) $x^4 + x^3 = 0$

c) $(2x^2 + 1)(x + 1) - (x^2 + 5)(x + 1) = 0$

b) $x^4 - 1 = 0$

d) $(x^5 - x^4)(x^4 - 4) = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = 0$

d) $3x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 12x + 8 = 0$

b) $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$

e) $x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2 = 0$

c) $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 = 0$

f) $6x^5 - 17x^4 - 11x^3 + 23x^2 + 5x - 6 = 0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS, RACIONALES Y CON RADICALES

1. Entre las siguientes ecuaciones, hay una que tiene dos soluciones, y dos que no tienen solución. Identifícalas.

a) $x^4 + x^2 + 1 = 0$

c) $16x^4 - 104x^2 + 25 = 0$

b) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

d) $10x^4 + 2x^2 + 1 = 0$

2. Las siguientes ecuaciones pueden resolverse de manera análoga al método utilizado en las ecuaciones bicuadradas. Haciendo el cambio de variable adecuado, resuelve:

a) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 2$

c) $\frac{x}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2}{x-2} + \frac{4-x}{x-1}$

b) $\frac{x+3}{x+1} + 3(x+1) = \frac{5x+11}{2}$

d) $\frac{3x}{x^2 - 1} = \frac{x-2}{x+1} + \frac{x+4}{4x-4}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales:

a) $x - 1 = \sqrt{9 - 4x}$

c) $\sqrt{2 - 5x} + \sqrt{3x} = \sqrt{2}$

b) $\sqrt{1 + 3x} = \sqrt{x + 8} + 1$

d) $\sqrt{2x - 5} - \sqrt{x - 3} = \sqrt{x - 2}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^x = 81$

d) $2^{x^2-4x} = \frac{1}{8}$

b) $2^{3-x} = \frac{1}{16}$

e) $\frac{3^x}{27} = 9^{x-3}$

c) $16^{x+3} = \sqrt{2^{x+10}}$

f) $125 \cdot 5^{2x} = 1$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_2 x = 3$

e) $\log_3 x + \log_3 3 = \log_3(5x+3) - \log_3 2$

b) $\log_3(x^2 + 8x) = 2$

f) $\log_2 5 + 2\log_2 x = \log_2 2 + \log_2(x^2 + 3x)$

c) $\log(3x+1) = 1$

g) $\log(3x-1) + \log 5 = 2$

d) $\ln(x^2 - 3) = 0$

h) $\ln(x^2 - 5) - \ln 4 = 0$

SISTEMAS LINEALES DE DOS INCÓGNITAS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)
$$\left. \begin{aligned} \frac{2x-1}{3} + \frac{y-4}{2} &= \frac{3}{2} \\ \frac{x-1}{2} + \frac{2(y+1)}{3} &= \frac{9}{2} \end{aligned} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} 2x+3(y-2x) &= 8 \\ \frac{x-y}{5} - \frac{2(y+1)}{2} &= -\frac{7}{2} \end{aligned} \right\}$$

MÉTODO DE GAUSS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

1. Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas lineales compatibles determinados:

a)
$$\left. \begin{aligned} x-y+z &= -2 \\ 3x-2y+z &= 1 \\ -x+3y+2z &= -5 \end{aligned} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{aligned} 4x+4y+12z &= -1 \\ 2y+z &= 1 \\ x+2y+2z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{aligned} 2x+y+3z &= 3 \\ 5x-y+z &= 4 \\ -3x+4y+2z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita:

a) $5x - 5 \leq 2x + 1$

e) $-2x + 3 < 1 - x + 5(x - 2)$

b) $x - 5(x - 1) > 2(x + 3)$

f) $\frac{5x-1}{4} - \frac{1+6x}{5} \leq -\frac{1}{2}$

c) $2(1-x) + 5 \geq 3x + 4$

g) $1 - \frac{2x-3}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4x+5}{6} < \frac{11}{3}$

d) $x - 8(x + 2) < 1 - 9(x - 1)$

h) $\frac{2x^2-1}{5} + \frac{x-1}{2} + \frac{4x^2+5}{10} \geq \frac{5x+2}{10}$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $x^2 + x - 6 \leq 0$

d) $2(x^2 + 3x) > x + 3$

b) $18x^2 + 21x - 4 > 0$

e) $5(x-1) + 3x \geq x(x-1) + 3$

c)
$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \geq -6 \end{cases}$$

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

1. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{2x-3} \quad \text{c) } f(x) = \frac{2}{(x-3)(2x+5)} \quad \text{e) } f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{2}{x^2 - 3x} \quad \text{d) } f(x) = \sqrt{3x-5} \quad \text{f) } f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x+1}}$$

2. Calcula

$$\text{i) } f(x) = 3x + 2 \quad g(x) = \frac{x}{x+1}$$

a) $f \circ g(x) =$

b) $g \circ f(x) =$

c) $f \circ f(x) =$

d) $g \circ g(x) =$

ii) Las funciones f y g están definidas por $f(x) = \frac{x^2}{3}$ y $g(x) = x + 1$. Calcula:

a) $f \circ g(x) =$

b) $g \circ f(x) =$

3. Calcula la función inversa de:

a) $y = \frac{-2x-1}{5}$

b) $y = 4 - x^2$

c) $y = \frac{7+x}{x}$

d) $y = \sqrt{1-x^2}$

Limites

1. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(3 - \frac{x}{2} \right) =$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{x-3} =$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - 3}{1 - x - 2x^5} =$

$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{-3x - x^3} =$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} e^{4x-1} =$

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } -1 < x \leq 1, \\ x^2 - 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ calcula:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

3. Calcula los siguientes límites, teniendo en cuenta que para determinar si la solución es $+\infty$ o $-\infty$ tendrás que analizar los límites laterales:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x-1} =$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x} =$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} =$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+2}{x-1} =$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{3-x} =$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{(2-x)^2} =$$

4. Indica las asíntotas verticales que has obtenido en la actividad anterior,

5. Calcula los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x^2 =$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x - x^3 =$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - x^2}{1 + x - x^5} =$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 - 3x^5 =$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x^3 + x^2} =$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - x^2 - x}{1 - 3x^3} =$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^4 - 2x^3 =$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2}{1 - x - x^5} =$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 5}{-3x^3 + x^2} =$$

1) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - x^2 - 4)$	2) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 5x + 3)$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x+2}$	4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 3x^2 + x + 3)$
5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 - 3x^2 + x + 3)$	6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$	7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x + 6}{5x^2 + 3}$	8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3 + x^2 + 1}{x^5 - 7}$
9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x + 2}{x^2 + 1}$	10) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2}{x - 5}$	11) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x^2 - 1}$
13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$	14) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$	15) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x}{x-1}\right)^3$	16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x^2 - 3}$
17) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$	18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$	19) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$	20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + x + 14}{x^3 + x^2 + 2}$
21) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$	22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4}{x^3 + x^2}$	23) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{x^2 + 2x}{2x}}$	24) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}}$
25) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$	26) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$	27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2}{x^3 - x^2 + x}$	28) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x + 6}{5x^2 + 3}$
29) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$	30) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 2x + 5}{x^5}$	31) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$	32) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{24x^3 - x^2}{12x^3 + 6}$

33) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{x^2+3}$	34) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+5}{2} - \frac{x^2-1}{x} \right)$	35) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1}{x^2-4x+4}}$	36) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{8x-1}{x}}$
37) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x-\sqrt{5}}{x^2-5}$	38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x+1}$	39) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-4}{x-9}$	40) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2x-1}{5x^3+2x-7}$
41) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+16}$	42) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3+4x^2-x}{-2x^2+1}$	43) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x^3}{-2}$	44) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$
45) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{7x^2} \cdot \frac{x^2}{x-1} \right)$	46) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2}{x-4}$	47) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+x-6}$	48) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \frac{x^2}{x+2} \right)$
49)	50)	51)	52)
53) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$	54) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+1}$	55) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{x^2-49}$	56) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x}-1}$
57) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3}{x+2}$	58) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2+x}$	59) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2}$	60) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2}$
61) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3}$	62) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$	63) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$	64) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-4x+1}{x-1}$
65) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2-9}$	66) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^3-27}$	67) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-x+1}{x+1} - x \right)$	68) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-5x}{x+1} - \frac{3x}{2} \right)$
69) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} \right)$	70) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{3}{2x-2} \right)$	71) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2+3}{x-2}$	72) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+16x+30}{x^2+7x+12}$
73) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2-3x+1}{2x-1}$	74) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$	75) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+5}{\sqrt{1-x}+1}$	76)

CONTINUIDAD

3. Estudia la continuidad de las siguientes funciones definidas a trozos en los puntos indicados:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-2 & \text{si } x > -1 \end{cases} \text{ en } x = -1 \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-5}{2} & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \\ \frac{-1-x^2}{2x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \text{ en } x = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{3-x^2}{6} & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en } x = 0 \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+4x+4} & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{2-x-x^2}{2} & \text{si } x > -2 \end{cases} \text{ en } x = -2$$

4. Calcula el valor del parámetro k para que estas funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-k & \text{si } x \leq 2 \\ 3k-2x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2^x-3k & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x-k}{6} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

5. Calcula a y b para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} ax - b + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 3x - 2a + 3 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ 5b + a - x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1

Hallar el valor de k para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x \neq 3 \\ k & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

sea continua $\forall \mathfrak{R}$. (Soluc: $k=6$)

2

Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 5x + 2} & \text{si } x \neq 1/2 \\ 5/3 & \text{si } x = 1/2 \end{cases}$$

(Soluc: discontinua asintótica en $x=2$)

3

Calcular cuánto debe valer a para que la siguiente función sea continua $\forall \mathfrak{R}$:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 - ax^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(Soluc: $a=0$)

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } 0 < x < 1 \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

4

Determinar los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua y $f(2)=3$ (Soluc: $a=1$ y $b=-1$)

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

hallar a y b para que la función sea continua y dibujar la gráfica de la función. (Soluc: $a=3$ y $b=-1$)

ASÍNTOTAS Y RAMAS

Ejercicio nº 1.-

Halla las asíntotas verticales de:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

y sitúa la curva respecto a ellas.

Ejercicio nº 2.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$$

Ejercicio nº 3.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x + 2)^2}$$

Ejercicio nº 4.-

Averigua las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - x - 2}$$

Ejercicio nº 5.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

halla sus asíntotas verticales y sitúa la curva respecto a ellas.

Ejercicio nº 6.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la función :

$$f(x) = \frac{-x^3 + x}{2}$$

Representa gráficamente los resultados obtenidos.

Ejercicio nº 7.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$, de las siguientes funciones y representala información que obtengas:

a) $f(x) = (x + 2)^4$

b) $f(x) = x - x^2$

Ejercicio nº 8.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow -\infty$, de las siguientes funciones y representalos resultados que obtengas:

a) $f(x) = (x - 1)^3$

b) $f(x) = x^2 - x$

Ejercicio nº 9.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow -\infty$ y $x \rightarrow +\infty$ de la siguiente función y representa los resultados obtenidos:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$$

Ejercicio nº 10.-

Halla los límites cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, y representa las ramas correspondientes para la función:

$$f(x) = (3 - x)^3$$

Ejercicio nº 11.-

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x + 1}$$

Ejercicio nº 12.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$:

$$f(x) = \frac{1 - x^4}{x^2}$$

Ejercicio nº 13.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1}$$

Ejercicio nº 14.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la función:

$$f(x) = \frac{2x^3 + x}{1 - x}$$

Representa la información obtenida.

Ejercicio nº 15.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$$

halla sus ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, y representalos resultados obtenidos.

Ejercicio nº 16.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$:

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{2 - x}$$

Ejercicio nº 17.-

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 2}$$

Ejercicio nº 18.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x}{x + 2}$$

Ejercicio nº 19.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$, de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

Ejercicio nº 20.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{x^3}$$

Estudia su comportamiento en $+\infty$ y $-\infty$

Ejercicio nº 21.-

La siguiente función tiene una asíntota oblicua. Hállala y sitúa la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

Ejercicio nº 22.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 2}$$

halla su asíntota oblicua y representa la posición de la curva respecto a ella.

Ejercicio nº 23.-

a) La siguiente función, ¿tiene una asíntota horizontal o una asíntota oblicua?

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$$

b) Halla la asíntota (horizontal u oblicua) y representa la posición de la curva respecto a ella.

Ejercicio nº 24.-

Halla la asíntota oblicua de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$$

Ejercicio nº 25.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$. Si tiene alguna asíntota, representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

DERIVADAS I

1.

Utiliza las reglas de derivación para obtener la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = -2x^5 + 3x^2$	h) $f(x) = (x^2 + x - 1)^{-5}$	o) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$
b) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$	i) $f(x) = (6x^3 - x^2)(1 - 3x^3)$	p) $f(x) = \sqrt{x^3 + 4x^2 - 1}$
c) $f(x) = \frac{5}{2}x^6 - 2x^3 + 1$	j) $f(x) = x^4(3x^3 + x^2)$	q) $f(x) = \sqrt[3]{4x^2 - 1}$
d) $f(x) = 2x^{\frac{3}{2}} - 3x^{\frac{5}{3}}$	k) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^3 - 3x}$	r) $f(x) = \sqrt[4]{x - 1}$
e) $f(x) = (2x - 3)^4$	l) $f(x) = \frac{x^3 - 2}{x^5 - 1}$	s) $f(x) = (x^2 - 5)^{\frac{2}{3}}$
f) $f(x) = (3x - x^3)^3$	m) $f(x) = \frac{1}{1 + x - x^3}$	t) $f(x) = (2x - 1)\sqrt{x^3 + 4}$
g) $f(x) = (x - 1)^{-2}$	n) $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$	u) $f(x) = \frac{(2x^2 - 1)}{\sqrt{x^3 + 4}}$

DERIVADAS II

2. Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x) = (2x - 1) \cdot e^{x^2 - x}$	b) $f(x) = \ln^3(3x - 2)$	c) $f(x) = \frac{e^{(x^3 - x + 1)}}{3x^2 - 1}$
d) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln(x^3 + 2)$	e) $f(x) = \frac{x + 1}{\ln(x + 1)}$	

1) $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{4} + \frac{2}{3}$	2) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{5}$	3) $f(x) = (3x - 2)e^x$
4) $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} + 2x^2$	5) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^4 + 2x + 1}{x}$	6) $f(x) = \frac{3}{2x^2} - \frac{2x^2}{3} + \ln 5$
7) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + \sqrt{5}$	8) $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{4} + \frac{3 \ln x}{2}$	9) $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 1}$
10) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$	11) $f(x) = (x^2 - 1)e^x - \ln x$	12) $f(x) = (x^2 - 1)^4$
13) $f(x) = \left(\frac{x - 1}{x + 2}\right)^3$	14) $f(x) = \frac{x + 1}{(x - 1)^3}$	15) $f(x) = \ln\left(\frac{x - 1}{x + 4}\right)$

16) $f(x) = 2^{4x^2-1} \cdot \ln(8x)$	17) $f(x) = \frac{(2x+3)^2}{1-x}$	18) $f(x) = \frac{e^{5x+1}}{x+2}$
19) $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$	20) $f(x) = \frac{xe^x}{x+2}$	21) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3x+4}$
22) $f(x) = \sqrt{\frac{3x+1}{x+2}}$	23) $f(x) = \ln\left(\frac{2x-1}{3x+4}\right)$	24) $f(x) = \frac{\sqrt{x}(x^2-1)}{5} + \ln 4$
25) $f(x) = -(x^2 - 3x + 5)(2x + 4)$	26) $f(x) = 5(6x^2 + 2x - 1)^3$	27) $f(x) = \frac{1-x}{3x^3+x}$
28) $f(x) = \sqrt{(1+5x)^3}$	29) $f(x) = \sqrt[3]{(x^2+2x)^2}$	30) $f(x) = (2x+1)e^{2x+1}$
31) $f(x) = \frac{3e^x}{2x+1}$	32)	33) $f(x) = \ln(2x^2+3)^2$
34) $f(x) = \sqrt{\ln(3x)}$	35) $f(x) = \frac{\ln x^2}{\ln 3}$	36) $f(x) = (2x-x^3)^{-1}$
37) $f(x) = e^x \ln(x-2)$	38) $f(x) = 3^{x^2+1}$	39) $f(x) = \sqrt[4]{\ln x}$
40) $f(x) = x^2 e^x + 2x \ln x$	41) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	42) $f(x) = \frac{3x-2}{\ln x}$
43) $f(x) = \frac{3x}{(1+2x)^3}$	44) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$	

Distribuciones Bidimensional Y probabilidades de variables discretas.

1º

Una urna contiene 3 bolas rojas, 2 verdes y 1 azul.

a) Extraemos una bola, anotamos su color, la devolvemos a la urna, sacamos otra bola y anotamos su color. Halla las siguientes probabilidades.

- Que las dos bolas sean rojas.
- Que haya alguna bola azul.
- Que no haya ninguna bola verde.

b) Repetimos el experimento sin devolver la bola a la urna. Determina las mismas probabilidades.

Si sacáramos las dos bolas a la vez, ¿en cuál de las dos situaciones anteriores nos encontraríamos?

2º

En una urna hay 12 bolas rojas 5 azules y 8 blancas

Calcula la probabilidad de que al sacar dos bolas al azar sin re-emplazamiento se obtengan los resultados siguientes:

- 1- Las dos bolas son rojas
- 2- Las dos bolas del mismo color
- 3- Al menos una bola roja

4- Ninguna bola es roja

3º

A partir de las dos rectas de regresión siguientes: la recta de regresión de Y sobre X $y = 8,7 - 0,76x$; y la recta de regresión de X sobre Y es: $y = 11,36 - 1,3x$

- i) Calcula \bar{x} e \bar{y}
- ii) Calcula el coeficiente de correlación

4º

Lanzamos 10 dados. Calcula las probabilidades de 3 ases, 5 ases y 6 ases. Halla los valores de μ y σ .

5º

Lanzamos tres dados y anotamos el número de cincos que obtenemos.

a ¿Cuál es la distribución de probabilidad?

b Calcula la media y la desviación típica.

ACTIVIDAD 1

Sobre una mesa hay dos bolsas iguales opacas. Una de ellas contiene 2 bolas verdes y 3 rojas; la otra, 4 bolas verdes y 1 roja.

- a) Si se elige una bolsa al azar y se extrae una bola, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea roja?
- b) Si se elige una bolsa al azar y se extraen dos bolas, ¿cuál es la probabilidad de que las bolas sean de distinto color?

ACTIVIDAD 2

Una caja contiene 7 bolas blancas y 10 negras. Se extrae al azar una bola y se sustituye por dos del otro color. A continuación se extrae una segunda bola. Calcula la probabilidad de que:

- a) La segunda bola sea blanca. b) La segunda bola sea del mismo color que la primera.

ACTIVIDAD 3

Se tienen dos bolsas con bolas. La primera bolsa contiene 4 bolas blancas y 3 negras; la segunda, 3 blancas y 5 negras. Se saca una bola de la primera y, sin verla, se introduce en la segunda. A continuación, se saca una bola de la segunda.

Calcula la probabilidad de que:

- a) La bola extraída de la segunda bolsa sea negra.
- b) La bola extraída de la primera bolsa sea negra, si se sabe que la bola extraída de la segunda ha sido blanca.

ACTIVIDAD 1

A una asamblea en la Universidad asisten 420 alumnos de los cuales 180 son de Empresariales, 72 de Relaciones Laborales y el resto de Derecho. Un tercio de los alumnos de Empresariales, dos tercios de los de Derecho y 16 alumnos de Relaciones Laborales votan NO a la huelga. El resto ha votado SÍ.

- Calcule la probabilidad de que elegido un alumno al azar, sea de Empresariales y haya votado SÍ a la huelga.
- ¿Cuál es la probabilidad de que elegido un alumno al azar haya votado SÍ a la huelga?
- Si elegido un alumno al azar, resulta que ha votado NO a la huelga, ¿cuál es la probabilidad de que sea de Relaciones Laborales?

ACTIVIDAD 2

A la Junta General de Accionistas de una empresa asisten 105 accionistas de los cuales 45 tienen menos de 40 años y 18 más de 60 años. Sometida a votación una propuesta, es rechazada por la tercera parte de los menores de 40 años, por la tercera parte de los que están entre 40 y 60 años y por 4 personas mayores de 60 años; los demás la aceptan.

- Calcule la probabilidad de que, elegida una persona al azar, tenga menos de 40 años y haya aceptado la propuesta.
- La prensa afirmó que la propuesta había sido aceptada por el 80% de los asistentes, ¿es correcta la afirmación?
- Si una persona escogida al azar ha rechazado la propuesta, ¿qué probabilidad hay de que tenga más de 60 años?

ACTIVIDAD 3

En un congreso de 200 jóvenes profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos e cuanto a contratar los viajes por internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 8 contratan los viajes por Internet, mientras que 24 de las mujeres no emplean esa vía.

Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:

- No contrate sus viajes por internet.
- Use internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.
- Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por internet.

ACTIVIDAD 4

Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar.

- Calcule la probabilidad de que sea blanca.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca sabiendo que está marcada?.
- ¿cuál es la probabilidad de que sea negra y esté marcada?.

ACTIVIDAD 5

De las 180 personas que asisten a un congreso médico, 100 son mujeres. Observando las especialidades de los congresistas, vemos que de las 60 personas que son pediatras 20 son mujeres. Se elige al azar una persona asistente al congreso.

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer y pediatra?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea hombre ni sea pediatra?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea pediatra?.

Visto el siguiente problema resuelto :

En un Centro Escolar el 80 % de los alumnos practican algún deporte, el 25 % tocan un instrumento musical y el 15 % realiza ambas actividades. Calcula la probabilidad de que un alumno de ese Centro elegido al azar no realice ninguna de las dos actividades.

Solución:

Sean D y M los sucesos “practicar algún deporte” y “tocar un instrumento musical, respectivamente.

Sus probabilidades son:

$$P(D) = 0,80; P(M) = 0,25; P(D \cap M) = 0,15.$$

La probabilidad de realizar alguna de esas dos actividades es:

$$P(D \cup M) = P(D) + P(M) - P(D \cap M) \Rightarrow P(D \cup M) = 0,80 + 0,25 - 0,15 = 0,90.$$

Luego, la probabilidad de que un alumno no realice ninguna actividad es:

$$P[(D \cup M)^c] = 1 - P(D \cup M) = 1 - 0,90 = 0,10.$$

ACTIVIDAD 1

En un Instituto de Educación Secundaria el 40% de los alumnos juegan al fútbol, el 30% juegan al baloncesto y el 20% practican ambos deportes.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno, elegido al azar, no practique ninguno de los dos deportes?

ACTIVIDAD 2

El 25% de los estudiantes de una Universidad lee las noticias en prensa escrita en papel, el 70% en prensa digital y el 10% en ambos formatos. Elegido, al azar, un estudiante de esa Universidad:

a) Calcule la probabilidad de que lea las noticias en formato papel o digital.

ACTIVIDAD 3

En una localidad hay solamente dos supermercados A y B. El 58% de los habitantes compra en el A, el 35% en el B y el 12% compra en ambos.

Si se elige un ciudadano al azar, calcule la probabilidad de que:

a) Compre en algún supermercado.

b) No compre en ningún supermercado.

c) Compre solamente en un supermercado.

d) Compre en el supermercado A, sabiendo que no compra en el B.

1.- En una $N(0,1)$, calcular:

- a) $p(Z \leq 1,23)$
- b) $p(Z \geq 1,24)$
- c) $p(Z \leq -0,72)$
- d) $p(0,5 \leq Z \leq 1,76)$
- e) $p(-1,25 \leq Z \leq -0,73)$

2.- Calcular k para que en una $N(0,1)$ se cumpla:

- a) $P(Z \leq k) = 0,67$
- b) $P(Z > k) = 0,05$
- c) $P(Z \leq k) = 0,23$

3.- Calcula en una $N(20, 4)$ las siguientes probabilidades:

- a) $P(X \leq 23)$
- b) $P(X \geq 16)$
- c) $P(23 \leq X \leq 27)$
- d) $P(15 \leq X \leq 22)$
- e) $P(15 \leq X \leq 18)$

4.- El peso de una malla de naranjas sigue una distribución normal de media 3,5 kg y una desviación típica de 0,5 kg. Calcula la probabilidad de que una malla pese :

- a) Más de 4 Kg
- b) menos de 3,5 Kg
- c) Más de 3 Kg
- d) Menos de 2,5 Kg

5.- El número personas que esperan en la cola de una farmacia sigue una distribución normal de media 20 y desviación típica 2,5. Calcula la probabilidad de que haya en la cola entre 15 y 25 personas