Curso y grupo	**4º-ESO-A y B**	Curso escolar	**2018/2019**
MATERIA NO SUPERADA	**Matemáticas de 4º de ESO**		

El trabajo que el alumno debe hacer durante el verano es el estudio de los contenidos dados durante el curso y la realización de los ejercicios que a continuación se indican y que corresponden a los contenidos referidos.

La referencia para el trabajo de verano han ser los apuntes de clase, el cuaderno de ejercicios y el libro de texto.

El trabajo deberá ir encaminado a la comprensión y aprendizaje de los contenidos y al desarrollo de capacidades que permitan la comprensión de las situaciones prácticas diversas que se puedan presentar y la consecuente aplicación de estrategias, planteamientos y procedimientos que las resuelvan.

Este trabajo no se tendrá que entregar para la realización de la prueba de septiembre y no será evaluable.

La calificación de septiembre será la que se obtenga en la prueba que se realice con motivo de dicha convocatoria extraordinaria.

Contenidos y ejercicios:

La relación de contenidos y ejercicios para la preparación de la prueba de la convocatoria extraordinaria de septiembre es la que a continuación se detalla.

La prueba de septiembre contendrá preguntas similares a los ejercicios que forman dicha relación y los trabajados en clase.

Contenidos y ejercicios:

Como se ha dicho anteriormente, la referencia para el estudio deben ser los apuntes de clase, el cuaderno de ejercicios y el libro de texto. La relación de contenidos de la programación y de ejercicios es la siguiente:

Unidades del libro: 1, 2, 3, 4, 7, 9 , 10, 11 y 14.

NÚMEROS REALES

Nombre: **CURSO: 4º -**

1.- Expresa los siguientes subconjuntos de **R** como intervalos y dibújalos sobre la recta real indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) $\{x \in R / 2 < x < 6\}$ e) $\{x \in R / -1 < x \leq 5\}$ i) $\{x \in R / -8 \leq x < -2\}$

b) $\{x \in R / 2 \leq x \leq 6\}$ f) $\{x \in R / -\sqrt{3} \leq x < 10\}$ j) $\{x \in R / 0 < x < 7\}$

c) $\{x \in R / 2 < x\}$ g) $\{x \in R / x \leq 5\}$ k) $\{x \in R / -9 \leq x \leq \sqrt{2}\}$

d) $\{x \in R / x < 6\}$ h) $\{x \in R / -1 \leq x\}$ l) $\{x \in R / 4 < x < 11\}$

2. Expresa como conjuntos y dibuja sobre la recta real los siguientes intervalos, indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) (3 , 7) c) (-4 , 6] e) (-∞ , 3) g) (-10 , -1) i) [-4 , -2) k) (-∞ , -5]

b) [-5 , 0] d) [7 , 12) f) [9 , +∞) h) [12 , 18] j) (-3 , -2’5] l) (-7 , +∞)

3. Expresa como conjuntos, escribe como intervalos y representa sobre la recta real los siguientes entornos:

a) $E_2(5)$ b) $E(-1\,;\,7)$ c) $E_{0'6}(7)$ d) $E(0\,;\,6)$ e) $E\left(-5;\,\frac{1}{2}\right)$

4. Halla el punto medio de los siguientes intervalos y expresa como entornos aquéllos que se puedan:

a) (-10 , -2) b) [8 , 15) c) (-1 , 6) d) $(-7\,,\,7)$

5. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (razona las respuestas):

a) $3 \in [-1\,,\,2]$ c) $7'3 \notin E(3\,,\,5)$ e) $5 \in E_2(7)$ g) $0 \in E(0\,,\,2)$ i) $3 \in (-3\,,\,3)$

b) $-2'1 \in (-5\,,\,-1)$ d) $-3 \in [-3\,,\,5)$ f) $-4 \notin (-4\,,\,3)$ h) $0 \in [-4\,,\,0]$ j) $2'7 \in [1\,,\,2'8)$

6. Halla la unión y la intersección de los siguientes intervalos:

a) $[2\,,\,5]$ y $[3\,,\,8]$ e) $(-\infty\,,\,6)$ y $(0\,,\,7]$ i) $(-\infty\,,\,3]$ y $(-\infty\,,\,0)$ m) $(-\infty\,,\,4)$ y $[4+\infty)$

b) $(-3\,,\,4)$ y $(1\,,\,5)$ f) $(-\infty\,,\,-3]$ y $(-5\,,\,+\infty)$ j) $[-2\,,\,+\infty)$ y $[-3\,,\,+\infty)$ n) $[-7\,,\,7]$ y $(3\,,\,+\infty)$

c) $[-5\,,\,9]$ y $(4\,,\,10)$ g) $[-10\,,\,-1]$ y $[-7\,,\,+\infty)$ k) $(-\infty\,,\,9)$ y $(8'5\,,\,+\infty)$ ñ) (6 , 12] y $E(9\,,\,3)$

d) $[-4\,,\,-1)$ y $[-2\quad 6]$ h) $[-3\,,\,2]$ y $(4\,,\,10]$ l) $(-\infty\,,\,1]$ y $[2\,,\,+\infty)$ o) $E_4(5)$ y $E_7(-1)$

7. Expresa las siguientes igualdades y desigualdades como subconjuntos de **R**, representando las soluciones sobre la recta real:

a) $|x| = 7$ b) $|x| < 7$ c) $|x| \geq 7$ d) $|x-5| = 7$ e) $|x+3| = 8$ f) $|x-8| \geq 4$ g) $|x+2| < 6$

8. Aproxima a dos cifras decimales por truncamiento y por redondeo los siguientes números:

a) 3’853 b) 0’5678 c) 124’059 d) 51’84

9. Halla los errores absolutos y relativos cometidos en los apartados del ejercicio anterior. Da la aproximación más precisa y la menos precisa.

10. Escribe con notación científica las siguientes cantidades:

a) 3.567 c) 16.000.000 e) 0’00000007 g) 5.408’3 i) 14.008 k) 0’000078

b) 0’0085 d) 567’83 f) 9.480.000.000 h) 0’005 j) 80.000.000 l) 5.607.000.000

11. Escribe en forma decimal las siguientes cantidades expresadas en notación científica:

a) $8'3\cdot10^{4}$ c) $5\cdot10^{6}$ e) $4'07\cdot10^{8}$ g) $7'509\cdot10^{-4}$ i) $1'03785\cdot10^{3}$ k) $6'2\cdot10^{-10}$

b) $6'32\cdot10^{-3}$ d) $1'74\cdot10^{-1}$ f) $3'1\cdot10^{-6}$ h) $9'1\cdot10^{7}$ j) $2'29\cdot10^{-8}$ l) $8'904\cdot10^{2}$

12. Realiza las siguientes operaciones expresando los resultados en notación científica:

a) $(8{,}335\cdot10^{14})\cdot(-2{,}6\cdot10^{10})$

b) $(7{,}8\cdot10^{-4})\cdot(4{,}75\cdot10^{3})$

c) $(2{,}58\cdot10^{7}):(3{,}6\cdot10^{9})$

d) $4{,}96\cdot10^{8}+3{,}76\cdot10^{3}-6{,}57\cdot10^{6}$

e) $(6{,}73\cdot10^{12}-4{,}52\cdot10^{10}):2{,}47\cdot10^{-9}$

f) $\left[(6{,}9\cdot10^{17}):(8{,}98\cdot10^{-7})\right]\cdot(7\cdot10^{-2})$

g) $(2{,}66\cdot10^{11})\cdot(8{,}73\cdot10^{-8})\cdot(4{,}21\cdot10^{6})$

h) $(3{,}7\cdot10^{6}+2{,}7\cdot10^{8})\cdot(1{,}503\cdot10^{5}-6{,}28\cdot10^{4})$

i) $8{,}519\cdot10^{-8}\cdot(5{,}46\cdot10^{4}-1{,}52\cdot10^{6})$

j) $7{,}914\cdot10^{9}+(2{,}96\cdot10^{3})\cdot(7{,}47\cdot10^{6})$

13. Aplica la definición de raíz para calcular las siguientes raíces:

a) $\sqrt[3]{8}$ b) $\sqrt[5]{243}$ c) $\sqrt[3]{1}$ d) $\sqrt[4]{1}$ e) $\sqrt[4]{-1}$ f) $\sqrt{8}$ (aproxima)

14. Escribe las raíces de cada apartado como raíces del mismo índice:

a) $\sqrt{5}$, $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt[6]{7}$ c) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt[10]{12}$

15. Extrae factores en los siguientes radicales:

a) $\sqrt{256}$ b) $\sqrt[3]{54}$ c) $\sqrt[3]{80}$ d) $\sqrt[4]{7^{4}}$ e) $\sqrt[3]{2^{3}\cdot5^{7}}$ f) $\sqrt[4]{a^{3}\cdot b^{4}\cdot c^{10}}$

16. Efectúa los siguientes productos, extrayendo factores en el resultado final (si es posible):

a) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{12}$ c) $\sqrt[3]{36}\cdot\sqrt[3]{20}$ e) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[5]{a^{2}}\cdot\sqrt[10]{a^{3}}$ g) $\sqrt[4]{1000}\cdot\sqrt[3]{250}$

b) $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a}$ d) $\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{2}$ f) $\sqrt[4]{a^{2}\cdot b^{3}}\cdot\sqrt[6]{a^{4}\cdot b^{2}}$ h) $\sqrt[3]{2a}\cdot\sqrt[4]{3ab^{2}}\cdot\sqrt[6]{5a^{4}b^{3}}$

17. Efectúa los siguientes cocientes:

a) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ b) $\dfrac{\sqrt{360}}{\sqrt{250}}$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{6}}$ d) $\dfrac{\sqrt[4]{18\cdot x^{3}}}{\sqrt{2\cdot x}}$ e) $\dfrac{\sqrt[6]{a^{2}\cdot b^{3}}}{\sqrt[4]{a\cdot b^{3}}}$

18. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{\sqrt{7}}$ b) $\sqrt{\sqrt[3]{2}}$ c) $\left(\sqrt{2}\right)^{2}$ d) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{2}$ e) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^{3}$ f) $\left(\sqrt[5]{2^{3}\cdot a^{2}}\right)^{3}$

19. Introduce factores dentro del signo radical en las siguientes expresiones:

a) $7\cdot\sqrt{3}$ b) $a\cdot\sqrt[3]{2\cdot a}$ c) $x\sqrt{\dfrac{1}{x}}$ d) $2a\sqrt{2a}$ e) $\dfrac{1}{2}\sqrt{a}$

20. Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ b) $\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a^{2}}}$ c) $\sqrt{3\cdot\sqrt{\dfrac{1}{3}}}$ d) $\sqrt{\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}}$ e) $\sqrt[5]{2a^{3}}\cdot\sqrt{a\sqrt{2a}}\cdot\left(\sqrt{a^{3}b}\right)^{3}$

21. Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}$ c) $\sqrt{75}+\sqrt{48}$ e) $\sqrt[3]{40}+2\cdot\sqrt[3]{135}$ g) $\sqrt[3]{686}+\sqrt[3]{128}-5\cdot\sqrt[3]{7}$

b) $-6\cdot\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4}-2\cdot\sqrt[3]{4}$ d) $5\sqrt{72}-\sqrt{18}$ f) $2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}$ h) $\sqrt{18}+5\sqrt{16}-3\sqrt{49}$

22. Expresa como potencias las siguientes raíces y viceversa.

a) $\sqrt[3]{5^2}$ b) $2^{\frac{3}{4}}$ c) $\sqrt{3}$ d) $7^{\frac{1}{2}}$ e) $\sqrt[5]{2^4}$ f) $3^{-\frac{2}{3}}$ g) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

23. Simplifica las siguientes raíces:

a) $\sqrt{4}$ b) $\sqrt[4]{a^2}$ c) $\sqrt[3]{64}$ d) $\sqrt[6]{x^4 \cdot y^2}$ e) $\sqrt[4]{144}$ f) $\sqrt[4]{2^3 \cdot 7^2}$

24. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$ e) $\frac{3}{\sqrt{5x}}$ g) $\frac{7}{\sqrt[4]{a^3 b^4}}$ i) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ k) $\frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$ m) $\frac{2}{3\sqrt{2}+\sqrt{7}}$

b) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ d) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ f) $\frac{1}{\sqrt[3]{2x^2}}$ h) $\sqrt[3]{\frac{3}{20}}$ j) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ l) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ n) $\frac{2}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$

25. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas:

a) $\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$ b) $\sqrt{9+4}=3+2=5$ c) $\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ d) $\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

26. Realiza las siguientes operaciones expresándolas de la forma más reducida posible:

a) $\dfrac{\frac{\sqrt[6]{a}}{\sqrt[8]{a}}}{\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ e) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{45}}}{\sqrt[4]{125}}$ i) $\left[\left(\dfrac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{2}{3}} \cdot a^3$ m) $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{6}-5\sqrt{2}\right)-\left(\sqrt{5}-\sqrt{15}\right)\cdot\sqrt{5}$

b) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}+3\sqrt{5}}{\sqrt[6]{125}}$ f) $\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{4}}}$ j) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{2}+2\sqrt{18}}}{\sqrt{2\cdot\sqrt[3]{2}}\cdot\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)}$ n) $\dfrac{4\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-\sqrt{12}}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{7}}+\sqrt{7}$ g) $\sqrt{2}-\sqrt[10]{32}$ k) $\sqrt{\frac{1}{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}$ ñ) $\dfrac{30^{\frac{2}{3}}\cdot 5^2\cdot 18^{-\frac{1}{2}}\cdot 50^{\frac{1}{2}}}{20^{-3}\cdot 81^{\frac{5}{6}}\cdot 60^{-\frac{2}{5}}}$

d) $\left(\sqrt{3}-5\right)\cdot\left(\sqrt{3}+2\right)$ h) $\dfrac{18^{\frac{1}{3}}\cdot 24^3}{60^{-\frac{3}{2}}\cdot 100^{\frac{2}{3}}}$ l) $\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{2a^2}}\cdot\left(\sqrt[4]{a^3\cdot b^2}\right)^2}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{27a^2}}$ o) $\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(5\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)$

27. La altura de un rectángulo mide $\sqrt{2}$ m y su base es el triple de su altura. Halla su perímetro y su diagonal.

28. Un mecanismo está formado por dos varillas articuladas que miden $\sqrt{3}$ y $\frac{5}{\sqrt{3}}$ m. ¿Cuál es la longitud total del mecanismo?

29. El lado de un cuadrado mide $2\sqrt{5}$ m. Calcula su perímetro, su diagonal y su área.

30. Las diagonales de un rombo miden $\sqrt{6}$ y $2\sqrt{3}$ m. Halla su área y su perímetro.

31. El lado de un triángulo equilátero mide $\sqrt{7}$ m. Halla su perímetro y su área.

32. Un brazo mecánico está formado por tres partes articuladas que miden $\sqrt{2}$, $\frac{\sqrt{6}}{3}$ y $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ m. Halla la longitud del brazo.

33. El área de un cuadrado de $20\,m^2$. Halla su perímetro y su diagonal.

34. En un triángulo isósceles, la altura mide $\sqrt{5}\,\text{m}$ y la base, la mitad que uno de sus lados iguales. Halla su perímetro.

35. Una chapa tiene forma de triángulo isósceles de $\frac{5\sqrt{2}}{2}\ \text{cm}^2$ de área. Si su altura mide $\sqrt{10}$ cm, ¿cuál será su perímetro?

36. Un cubo tiene $\sqrt{2}$ cm de arista. Halla su diagonal, su área total y su volumen.

37. El lado de un rombo mide $\sqrt{5}$ cm y una de sus diagonales, $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ cm. Halla su área.

38. ¿Cuál ha de ser el perímetro de un cuadrado para que su área sea $2\sqrt{3}\ \text{cm}^2$?

39. Una varilla mide $\left(3\sqrt{10}-\sqrt{2}\right)\text{cm}$. Un cálculo erróneo ha dado que su longitud es $\left(3\sqrt{10}+\sqrt{2}\right)\text{cm}$. Expresa mediante radicales el error relativo cometido.

40. Queremos dibujar un rectángulo cuya diagonal mida $\sqrt{5}$ cm y su base sea el doble de su altura. ¿Cuáles serán sus dimensiones? Halla su perímetro y su área.

41. La base de un rectángulo mide $\sqrt{6}$ cm y su área, 12 cm^2. Calcula su perímetro.

42. Corrige la siguiente frase para que sea correcta: "La expresión $\log_6 40$ representa el número que hay que elevar a 6 para que dé 40."

43. ¿Qué significa la expresión $\log_2 5$? ¿Y $\log_{10} 48'2$?

44. Calcula mentalmente las siguientes expresiones:

a) $\log_2 4$ b) $\log_5 1$ c) $\log_3 81$ d) $\log_{10} 100000$ e) $\log_{0'5} 0'25$ f) $\log_4 2$

45. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log 45$ b) $\log_5 10$ c) $\log_2 135$ d) $\log_8 4089$ e) $\log_{0'5} 67$ f) $\log_{4'6} 10392'705$

46. Determina el valor de x en las siguientes igualdades:

a) $2^x = 32$ b) $2^x = 321$ c) $10^x = 25$ d) $6^x = 103'8$ e) $2^{x-1} = 0'5$ f) $5 + 7'5^{2x-3} = 100'9$

47. Desarrolla las siguientes expresiones:

a) $\log(4'3 \cdot 81'2) =$ d) $\log\left(\sqrt{4'3}\right) =$ g) $\log\left(\frac{a^2 \cdot b}{\sqrt[3]{c}}\right) =$ j) $\log_a\left(\frac{x \cdot y^2}{7\sqrt[4]{z^3}}\right) =$

b) $\log\left(\frac{4'3}{81'2}\right) =$ e) $\log\left(a \cdot b^2\right) =$ h) $\log\left(\frac{a^2}{b \cdot c^5}\right) =$ k) $\log\left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{y^2 \cdot \sqrt{z^{1'8}}}\right) =$

c) $\log\left(4'3^4\right) =$ f) $\log\left(\frac{a^3}{\sqrt{b}}\right) =$ i) $\log\left(\sqrt[4]{\frac{1}{a^3\sqrt{b}}}\right) =$ l) $\log\left(\frac{a^{-3'5} \cdot \sqrt[4]{b^{3'2}}}{\sqrt[3]{c^2 \cdot d^{0'8}}}\right) =$

48. Calcula aplicando logaritmos y finalmente la calculadora, las siguientes expresiones:

a) $24'16^{2'25} \cdot 8'36^{0'72} =$ b) $\frac{5'12^{3'5}}{2'7^{0'3} \cdot \sqrt[3]{8'9^{1'26}}} =$ c) $\frac{\sqrt{50'46^{0'9} \cdot 4'77^{3'45}}}{\sqrt[3]{41'09^{2'36}}} =$

1. Da una fracción o una raíz que cumpla lo que se te indica y represéntala aproximadamente sobre la recta real:

a) Una fracción comprendida entre 1 y 2:

b) Una fracción comprendida entre 0 y 1:

c) Una fracción comprendida entre 0 y -1:

d) Una fracción comprendida entre 4 y 5:

e) Una fracción comprendida entre -5 y -6:

f) Una fracción comprendida entre 7 y 8:

g) Una fracción comprendida entre -1 y -2:

h) Una raíz comprendida entre 1 y 2:

i) Una raíz comprendida entre 5 y 6:

j) Una raíz comprendida entre -3 y -4:

k) Una raíz comprendida entre -5 y -6:

l) Una raíz comprendida entre 0 y 1:

m) Una raíz comprendida entre 0 y -1:

n) Una raíz comprendida entre 10 y 11:

o) Una raíz comprendida entre -11 y -12:

2. Expresa los siguientes subconjuntos de **R** como intervalos y dibújalos sobre la recta real indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 < \mathbf{x} < 6\}$

b) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 \leq \mathbf{x} \leq 6\}$

c) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 2 < \mathbf{x}\}$

d) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / \mathbf{x} < 6\}$

e) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -1 < \mathbf{x} \leq 5\}$

f) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 3 \leq \mathbf{x} < 10\}$

g) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / \mathbf{x} \leq 5\}$

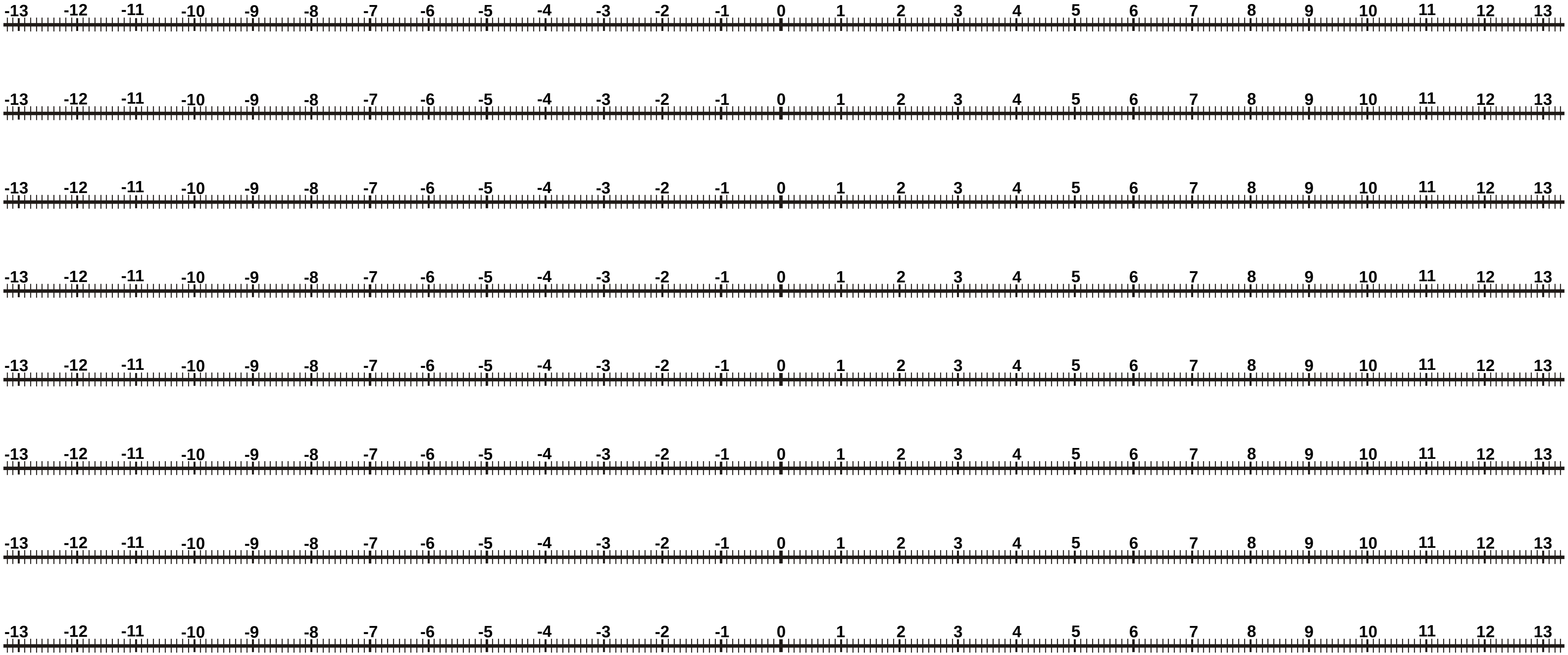
h) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -1 \leq \mathbf{x}\}$

i) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -8 \leq \mathbf{x} < -2\}$

j) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 0 < \mathbf{x} < 7\}$

k) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / -9 \leq \mathbf{x} \leq 1\}$

l) $\{\mathbf{x} \in \mathbf{R} / 4 < \mathbf{x} < 11\}$



3. Expresa como conjuntos los siguientes intervalos y represéntalos sobre la recta real, indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) (3 , 7)

b) [-5 , 0]

c) (-4 , 6]

d) [7 , 12)

e) (-∞ , 3)

f) [9 , +∞)

g) (-10 , -1)

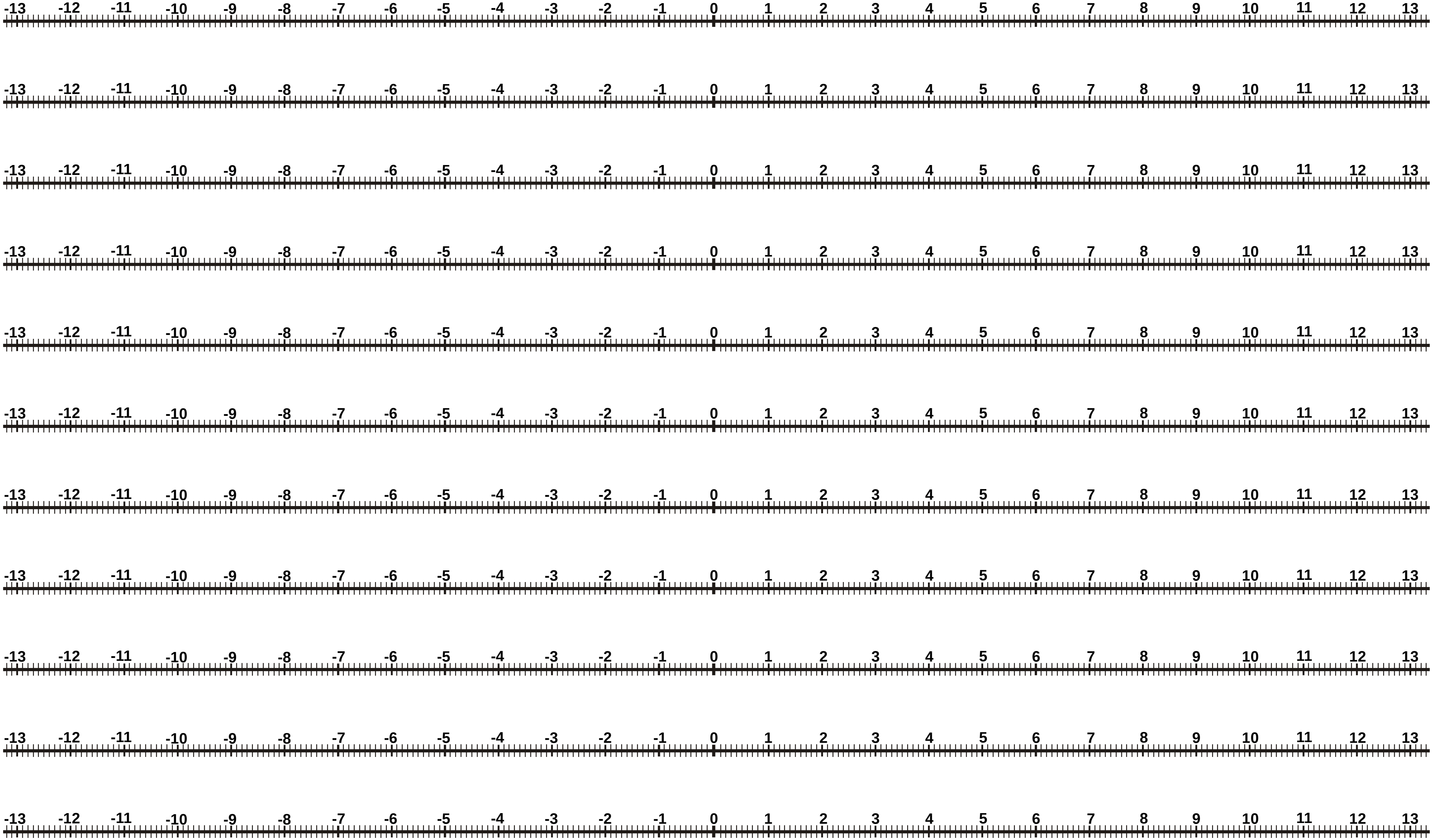
h) [12 , 18]

i) [-4 , -2)

j) (-3 , -2’5]

k) (-∞ , -5]

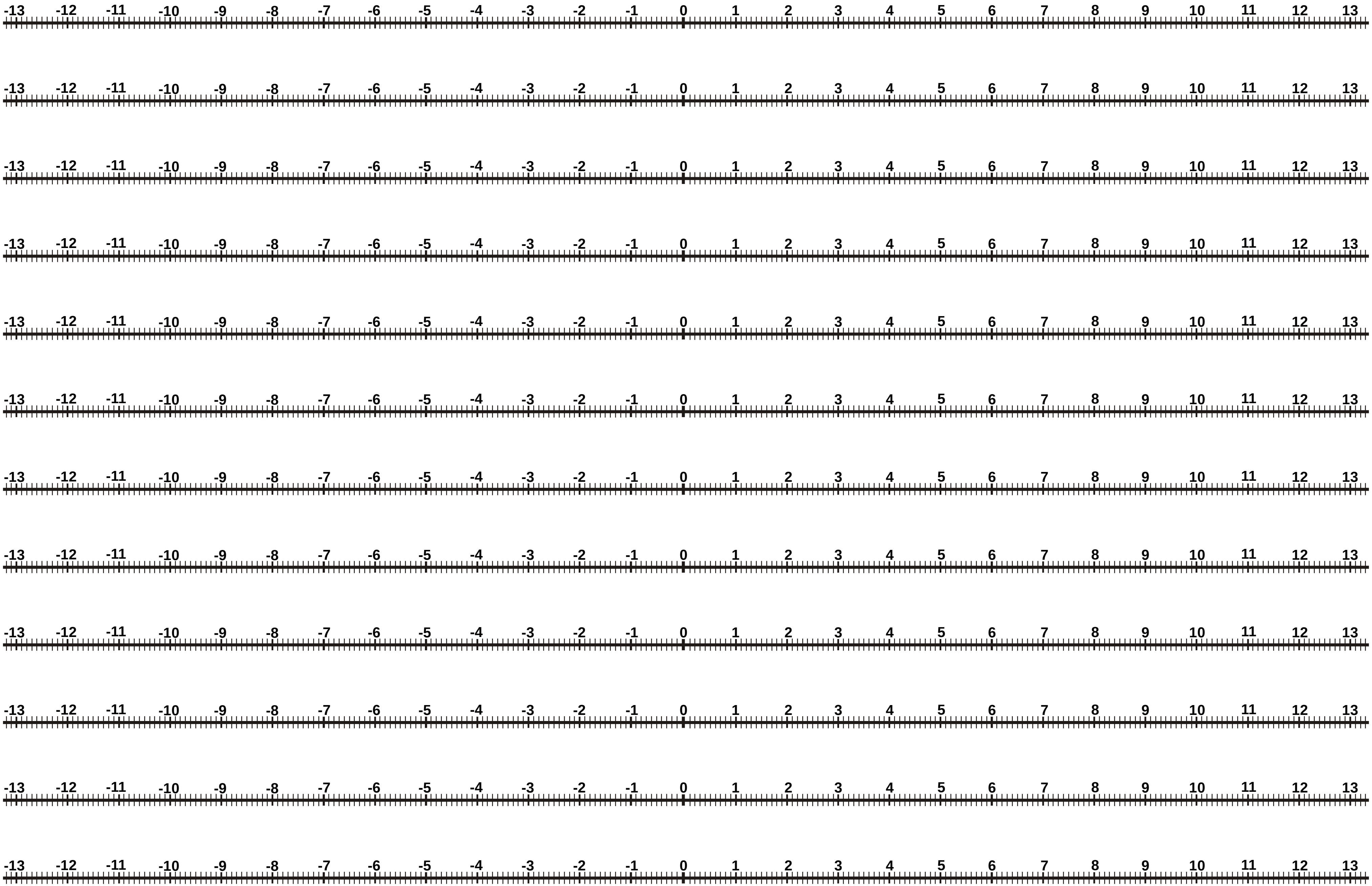
l) (-7 , +∞)



4. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (ayúdate de las rectas reales de abajo para razonar las respuestas):

a) $3 \in [-1 , 2]$ c) $7'3 \notin (0 , 10]$ e) $5 \in (5 , 9]$ g) $0 \in (-1 , 1)$ i) $3 \in (-3 , 3)$

b) $-2'1 \in (-5\ ,\ -1)$ d) $-3 \in [-3\ ,\ 5)$ f) $-4 \notin (-4\ ,\ 3)$ h) $0 \in [-4\ ,\ 0]$ j) $2'7 \in [1\ ,\ 2'8)$



LENGUAJE ALGEBRAICO

Nombre: **CURSO: 4º -**

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas:

a) $(3x^2-5)\cdot\left[(-x-3)^2-x\cdot(2x-3)\right]-x^3=$

b) $\left[(x-5)\cdot(-x+2)-(x-1)\cdot(2x-3)\right]\cdot(2x-5)=$

c) $(-x+2y)^2-(-x+2)\cdot(3x-2y)-(-x-4y)^2=$

d) $(-2x+1)^2\left[-(-x-3)^2-(x-4)\cdot(-3x+2)\right]-(2x-1)^3=$

2. Realiza las siguientes operaciones (aplicando la fórmula correspondiente allá donde se pueda):

a) $\left(\frac{3}{2}x^2+2y^3\right)^2=$

b) $(a^2b^3-3a^3b)^2=$

c) $\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}y\right)\cdot\left(\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{2}y\right)=$

d) $\left(-\frac{5}{2}x^2y+2xy^3z\right)^2=$

e) $\left(\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{4}{3}\right)^2=$

f) $-\left(-\frac{3}{5}xy^2-\frac{1}{4}xy^3\right)^2=$

3. Realiza las siguientes divisiones:

a) $(x^4-3x^3+2x^2-8x+7):(x^2-2x+1)$

b) $(2x^5-8x^3+5x^2+8x-10):(x^2-2)$

c) $(x^6-3x+x^3-3):(x^2-3x)$

d) $(x^5-3x^4+x^2+7x-9):(2x-1)$

e) $(x^6-64):(x^2-4)$

f) $(3x^4-15x^2+9x-6):(x-2)$

4. Realiza las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini, indicando claramente, en cada caso, el cociente y el resto obtenidos:

a) $(x^4-x^3+x^2-x+1):(x-1)$

b) $(2x^5-x^3+5x^2+3):(x+1)$

c) $(2x^7-x^5+x^3+8):(x-3)$

d) $(x^6-64):(x-2)$

e) $(3x^4+11x^3-3x^2-17):(x+4)$

f) $(x^4-x^3-7x^2+14x-3):(x+3)$

g) $(x^5+3x^4-2x^3-x^2-x+3):(x+2)$

h) $(x^4-x^2+25):(x-5)$

5. Sin realizar las divisiones, halla el resto de cada una de las siguientes:

a) $(x^3-x^2+4x+1):(x-3)$

b) $(2x^6-x^5+2x^3+x-7):(x+1)$

c) $(2x^4-4x^3-4x^2+11x-6):(x-2)$

d) $(3x^5-x^4-x^2+2x+3):(x-1)$

6. Sin realizar la división, halla el resto de la del polinomio $P(x)=x^4+x^3-5x^2+x-2$ entre $x-2$.

7. Sin realizar la división, halla el resto de la del polinomio $P(x)=x^5-x^4-2x^2-x-3$ entre $x+1$.

8. Halla el valor de "m" para que el resto de la división del polinomio $P(x)=x^3-x^2+mx-1$ entre $x-3$ sea 23.

9. Halla el valor de "m" para que el resto de la división del polinomio $P(x)=2x^4-x^2-5x-2m$ entre $x+1$ sea 0.

10. Sin realizar la división, ¿es divisible el polinomio $P(x)=x^4-5x^2-x+2$ por $x-3$? Razona tu respuesta.

11. Halla el valor de "m" para que el polinomio $P(x)=x^3-2x^2+mx+4$ sea divisible por $x+1$.

12. Halla el valor de “m” para que el polinomio $P(x) = 2x^4 - x^3 - mx^2 + x - 6$ sea divisible por $x - 2$.

13. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = 3$ es raíz del polinomio $P(x) = -x^2 + 7x - 6$

14. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = -2$ es raíz del polinomio $P(x) = x^3 - x^2 + 5x - 4$

15. Comprueba, de dos formas distintas, si $\mathbf{x} = -1$ es raíz del polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3$

16. Halla las raíces enteras de los polinomios siguientes:

a) $P(x) = x^3 + x - 2$ b) $Q(x) = x^3 - 6x + 9$ c) $R(x) = x^2 - x - 20$

17. Extrae factor común en las siguientes expresiones:

a) $2x + 3xy$ c) $12x^2 - 6x$ e) $6x^2y - 10xy^2$ g) $12a^2b^3 - 4ab^2 + 16a^3b^2$

b) $2x - 6y$ d) $-9x^3 + 8x^2 - 7$ f) $8x^3 - 5x^2 + 4x$ h) $15x^2 - 25x^3 + 5x$

18. Expresa como potencia o producto los siguientes polinomios:

a) $4x^2 - 4x + 1$ c) $x^4y - 10x^2y + 25y$ e) $\frac{9}{4}x^4 + 6x^2 + 4$ g) $-36 - 12y^2 - y^4$

b) $9x^2 - \frac{1}{25}$ d) $49x^6y^2 - 84x^3y + 36$ f) $\frac{72}{245}x^4y^2 - \frac{128}{125}y^4$ h) $64y^5 + 48y^3 + 9y$

19. Cada uno de los siguientes polinomios posee alguna raíz. Hállalas y haz la descomposición factorial de cada uno:

a) $x^3 - x^2 - 14x + 24$ d) $x^5 + x^4 - x^3 + x$ g) $x^3 - 4x^2 - 17x + 60$

b) $2x^4 + 7x^3 + 4x^2 - 7x - 6$ e) $x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ h) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$

c) $x^4 + x^3 - x^2 - 11x + 10$ f) $3x^3 + 16x^2 - 3x - 40$ i) $x^5 + 5x^4 - 7x^3 - 77x^2 - 138x - 72$

20. Descompón los siguientes polinomios:

a) $z^2 - 9b^4$ f) $x^3 - 5x + 3$ k) $x^4 - 2x^2 + 1$

b) $2x^2 - 8y^4$ g) $x^4 - 16$ l) $4x^2 + 12x + 9$

c) $9x^3 - 12x^2y + 4xy^2$ h) $x^4 - y^4$ m) $x^5 + 6x^4 + 9x^3 - 10x^2 - 36x - 24$

d) $x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 13x^2 + 12x - 4$ i) $x^5 - 4x^3 + 3x^2$ n) $2x^3 - 2$

e) $2x^6 - 4x^3y + 2y^2$ j) $3x^2 - 6x + 3$ ñ) $x^7 - 64x$

21. Di si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (razona tus respuestas):

a) $x = -5$ es raíz del polinomio $P(x) = -x^2 - 25$

b) Un polinomio sin término independiente tiene como raíz a $x = 0$.

c) El resto de la división $P(x) : (x + 1)$ es igual a $P(1)$.

d) El factor común del polinomio $P(x) = 6x^2y - 8xy + 2y$ es $2xy$.

22. Halla el M.C.D. y el m.c.m. de los siguientes polinomios:

a) $x^3 - x$, $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$ c) $x^2 + 2x$, $x^3 - 2x^2$, $x^2 - 4$ e) $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

b) $x^3 - 1$, $x^2 + x + 1$ d) $x^3 + 4x^2 - 3x - 18$, $x^3 - 7x + 6$ f) $x^2 \cdot (2x - 1)^3$, $x^3 \cdot (2x - 1)^2 \cdot (x + 2)$

24. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x^3-1}{(x-1)^2}$ b) $\frac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3+5x^2+4x}$ c) $\frac{2x^4-162}{x^2-9}$ d) $\frac{x^4-3x^3+x-3}{x^3-5x^2+3x+9}$ e) $\frac{(x-5)^2\cdot(2x+1)}{(x^2-25)\cdot(4x^2+4x+1)}$

25. Resuelve las siguientes operaciones simplificando el resultado si es posible:

a) $\frac{1}{x^2-x}-\frac{3x-5}{2x}=$

b) $\frac{x+1}{x^2-4x}\cdot\frac{2x}{x^2-1}=$

c) $\frac{\frac{3x+2}{x^2-9}}{\frac{3x^2+17x+10}{x^2-3x}}=$

d) $-\frac{x-3}{2x^2-1}-2+\frac{3x}{x-1}=$

e) $\frac{x^2+x-2}{x+1}:\frac{x^2+4x+4}{x}=$

f) $-\frac{3x-1}{x^2-x}-\frac{3x+6}{x-1}+\frac{1}{x^2}=$

g) $\left(\frac{x+5}{x-2}-\frac{2}{x}\right)\cdot\frac{x^2+x-6}{x^2+3x+4}=$

h) $-\frac{1}{x^2}\cdot\frac{x-1}{x-5}-\frac{3}{x}:\frac{x^2-25}{x+2}=$

i) $-(x-1)\cdot\frac{2x-1}{x^2-4x+3}+\frac{x}{x-3}:\frac{x-1}{x-2}=$

26. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

a) $\left(\frac{x+1}{x^2+x-20}\right)^2\cdot\frac{x^3+6x^2-15x-100}{x^2+5x+4}=$

b) $-\frac{x^3+2x^2-13x+10}{x^2-4}-x\cdot\frac{x+3}{x^2-4x+4}=$

c) $-\frac{3x-2}{x^2+3x}\cdot\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x}:\frac{x+3}{x-3}=$

d) $\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2\cdot\frac{1}{(x-1)^3}-\frac{x+5}{x^2-4}=$

e) $\frac{\frac{x^2+2}{x-1}}{x-2}-\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2=$

f) $-\frac{2x^2-2}{x^2-1}+\frac{x+2}{x-3x+2}=$

27. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2-5x-84=0$
b) $2x^2-8x+15=0$
c) $x^2-20x+100=0$
d) $2x^2-1=0$
e) $6x^2-5x=0$
f) $8x^2-8x+1=0$
g) $x^2-2x=0$
h) $4x^2-40x+75=0$
i) $5x^2+12=0$

28. Resuelve las siguientes ecuaciones aplicando en cada caso el procedimiento que corresponda:

a) $x^4-13x^2+36=0$
b) $x^4+x^2-2=0$
c) $x-7=\sqrt{2x-15}$
d) $2x^3+3x^2-8x-12=0$
e) $x-\sqrt{x+1}=1$
f) $x^4-2x^2=0$
g) $x^3-1=0$
h) $x^4+x^2-12=0$
i) $2\sqrt{x-2}+3=x-2$
j) $x^4+x^3-7x^2-9x-18=0$
k) $x-2=3\cdot\sqrt{x-2}$
l) $\sqrt{x-1}+1=\sqrt{2x-4}$
m) $3x^3+4x^2-x-2=0$
n) $2x-\sqrt{x+3}=x+3$
ñ) $2x^4-9x^3+13x^2-6x=0$
o) $-\sqrt{4x+1}+3x=3$
p) $x^5+2x^3-3x=0$
q) $\sqrt{x+5}+2\sqrt{x+2}=4$

29. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $(x-1)\cdot(x+4)+x=-x\cdot(x-4)+2$
b) $2x-(x+1)\cdot(x+2)=7x+x\cdot(x-4)$
c) $3\sqrt{x+6}-\sqrt{2x-5}=8$
d) $(2x-4)^2\cdot(2x+1)-(x-2)^2=(x-1)^2-1$
e) $-x^3\cdot(x+3)-1+x=-x\cdot(x-1)-3x^3$
f) $\sqrt[3]{1+\sqrt{x-1}}=2$

30. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{x}+x=2$
b) $\frac{x}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$
c) $\frac{4x-2}{x+2}=\frac{x-1}{x-2}$
d) $\frac{1}{x}=\frac{x}{5x-6}$
e) $\frac{2x}{x-1}-\frac{10}{x}=\frac{1}{2}$
f) $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=x$

31. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones de segundo grado:

a) $\left.\begin{array}{r} x^2+y=\ 3 \\ 2x+5y=-1 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} xy-y=10 \\ x-2y=-7 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} x^2+y^2=10 \\ x^2-y^2=-8 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} x+y=70 \\ x+\sqrt{y-1}=27 \end{array}\right\}$

32. Determina dos números naturales tales que su diferencia sea 11 y su producto, 840.

33. Determina la diagonal de un cuadrado de 256 m^2 de área.

34. La pista de un circo es un círculo de 1.384,74 m^2 de área. ¿Cuál será el diámetro de la pista?

35. Queremos que la vela (triángulo rectángulo) de un barco tenga una superficie de $10'5\,m^2$. Si la relación entre su base y su altura ha de ser $\frac{7}{12}$, ¿qué dimensiones tendremos que darle?

36. El suelo de una habitación es un rectángulo de 36 m de perímetro y 72 m^2 de área. ¿Qué volumen de aire habrá en el interior de la habitación si el techo está a una altura de 2’80 m?

37. Halla un número tal que su cuadrado menos su triplo sea igual a 88.

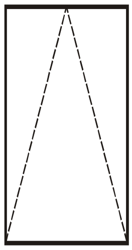
38. Halla el área de un triángulo isósceles sabiendo que su perímetro mide 30 cm y su altura, 8 cm.

39. Queremos construir una ventana rectangular en la que su base sea el doble que su altura, de forma que ocupe un área de 1 m^2. El m^2 de cristal cuesta a 28,50 € y el metro de listón de madera para el marco, a 10,25 €. ¿Cuál será el coste del material necesario para construir la ventana?

40. Se ha de construir una nave de $275\,m^3$ de volumen. Ha de tener forma ortoédrica. Su ancho y su alto han de ser iguales y su fondo ha de ser 6 m más largo que su ancho. Dentro de la nave se ha de tender un cable que vaya desde una esquina del techo a una del suelo, formando una diagonal del ortoedro. ¿Qué longitud tendrá el cable?

41. La suma de los tres primeros términos de una progresión geométrica de primer término 16, es 208. ¿Cuál será su décimo término?

42. Una empresa tiene dos solares rectangulares. Uno está rodeado por una valla de 42 m de longitud. El otro es 2 metros más largo y más estrecho que el primero, siendo su área $10\,m^2$ más pequeña. Queremos saber la longitud de la valla que rodea a este segundo solar y las áreas de ambos.



43. Una pieza de acero de un mecanismo tiene forma de triángulo isósceles y se fabrica cortándola de una plancha rectangular cuyos lados coinciden con la base y la altura de dicha pieza (dibujo adjunto). Su altura es el doble de su base y se sabe que su perímetro es de $\sqrt{17}\,cm$. Queremos saber el área de la plancha de la que se extrae la pieza y el área de la plancha que sobra.

44. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6. Se sabe que su razón es un número irracional y que su segundo término es $\frac{3}{4}$. ¿Cuánto suman sus tres primeros términos?

45. La gran pirámide de Keops (pirámide cuadrangular regular) tiene un volumen de unos $2.592.100\,m^3$. Su altura es aproximadamente 83 metros más pequeña que la arista de su base. Supón que quisiésemos pintar todas sus caras de color blanco con una pintura que la venden en tambores de 100 kg, a 45 dirhams/kg. Si cada tambor da para pintar $250\,m^2$, ¿cuánto nos costarían los tambores que nos harían falta para realizar esta locura?

46. Un número natural es tal que al restarle la raíz cuadrada de él mismo aumentado en 99, da su mitad. ¿De qué número se trata?

PROBLEMAS DE ÁLGEBRA

Nombre: **Curso:**

1. Firdaous, Ali y Ahlam tienen una urna cada uno, con 140 bolas repartidas entre ellas. El único que sabe las bolas que hay en cada urna es Ali y les dice: "Si yo tuviese 4 bolas más, tendría el quíntuple de bolas que Ahlam; y si Firdaus pasara la mitad de sus bolas a la urna de Ahlam, ésta tendría un número de bolas tal que excedería en 2 a la mitad de las mías. ¿Sabéis cuántas bolas hay en cada urna?" S: 48, 76 y 16 bolas.

2. Kamal y María han de dibujar un rectángulo de 96 cm^2 de área, tal que si su base aumentase en 3 cm y su altura disminuyera en 2 cm, su área disminuiría en $6\ cm^2$. ¿Qué dimensiones le tendrán que dar? S: 12 y 8 cm.

3. Entre Adam, Elio y Mohamed tienen 5.000 dirhams. Si Adam tuviese el doble y Elio y Mohamed, la mitad de lo que tiene cada uno, entre los tres tendrían 4.150 dirhams. Y si Adam aumentase su capital en un 5 %, Elio lo disminuyera en un 10 % y Mohamed lo aumentase en un 20 %, entre los tres tendrían 5.355 dirhams. ¿Cuánto tiene cada uno? S: 1100, 1600 y 2300 dirhams.

4*. Zoubida tarda 3 horas en pintar una pared, y Yousra tarda 5 horas en pintar la misma pared. Quieren saber cuánto tardarían las dos juntas. S: 1 hora, 52 minutos y 30 segundos

5. Sandra y Anas quieren saber cuánto les costará pintar una pared en forma de triángulo isósceles de 29 m de perímetro y 8 m de altura. Saben que la pintura la venden en latas de 5 kg cuyo precio es de 30 €/lata. Con cada lata se puede pintar un máximo de $8\ m^2$. El trabajo cuesta a 2 € cada m^2 o fracción superior a medio m^2. ¿Cuánto les costará pintar la pared? S: $260\,€$.

6. Riham y Yassine quieren comprar todas las camisetas que puedan en una oferta que hay en una página de internet. El precio de cada una es de 8 €. Les cobran este precio por las 20 primeras y todas las demás se las rebajan en un 10 %. Saben que les cobran 12 € por los gastos de envío, y quieren saber cuántas camisetas podrán comprar con los 1.450 € que tienen. S: 197 camisetas.

7. Mariam y Noa quieren dibujar un rectángulo cuya base sea el triple que su altura y tal que su diagonal mida 10 metros más que su altura. ¿Qué dimensiones le han de dar y cuánto medirán su perímetro y su área?

S: $\text{altura} = \dfrac{10+10\sqrt{10}}{9}\ \text{cm}$; $\text{base} = \dfrac{10+10\sqrt{10}}{3}\ \text{cm}$; $\text{Perímetro} = \dfrac{80+80\sqrt{10}}{9}\ \text{cm}$ y $\text{Área} = \dfrac{1100+200\sqrt{10}}{27}\ \text{cm}^2$

8. Rabab, Salma y Zorayda han hecho unos largos de piscina. Si al triple de los que ha hecho Rabab le sumáramos el doble de los que ha hecho Salma y le restáramos el doble de los que ha hecho Zorayda, tendríamos 4 largos. Si a los que ha hecho Salma le restáramos 7 largos tendríamos los mismos largos que si a los que ha hecho Zorayda le restáramos el cuádruplo de los que ha hecho Rabab. Y el doble de los que ha hecho Zorayda coincide con los que ha hecho Salma y el triple de los que ha hecho Rabab juntos. ¿Cuántos largos ha hecho cada uno? S: Rabab, 2 largos y Salma, 4 largos y Zorayda, 5 largos.

9. Amin y Yasser disponen de dos grifos para llenar un depósito. Abiertos los dos, lo llenan en 18 horas y uno tardaría 27 horas más que el otro. Se preguntan qué tiempo tardaría cada uno por separado. S: 27 y 54 h.

10. Jaime, joven profesor de Matemáticas del Instituto El Pilar, mientras duerme la siesta, tiene una pesadilla en la que se ve atrapado en un trapecio isósceles cuya base mayor está ocupada por una anaconda que le silba: "Soy 12 m más larga que la birria de pitón de la base menor"; la altura es una cariátide que le susurra: "Mi estatura es la cuarta parte de la longitud de esa anaconda horrible de ahí abajo"; una araña gigante, que campea a sus anchas por el interior del trapecio, se distrae reescribiendo una y otra vez, con su hilo de seda, el valor de la superficie del trapecio: $208\ m^2$. De pronto, aparece una hidra de siete cabezas con cara de pocos amigos y, entre carcajadas, le dice: "Si quieres encontrar la puerta por la que salir a salvo de aquí, has de tardar menos de 10 segundos en dar una vuelta corriendo alrededor del trapecio". Jaime sabe que él corre a una velocidad máxima de 8 m/s; hace sus cuentas y ¿se despertará sano y salvo o perecerá en el intento?

11. Lina le ha propuesto a Maissoun averiguar tres cantidades. Para ello le da estas pistas:
- Si al triple de la mayor le restamos el doble de la resta de la mediana menos la menor nos da 4.
- Si a la mediana le sumamos el cuádruple de la mayor y le restamos el triple de la menor nos da 9.
- El doble de la mediana es igual al doble de la menor, más la mayor.
¿Cuáles son las cantidades propuestas por Lina? S: 0, 1 y 2.

12. Aya, Mouna e Hicham están resolviendo un problema y llegan a la siguiente situación: la suma de las raíces del número positivo buscado aumentado en 5, y de dicho número disminuido en 2, da 7. ¿Cuál será el número que les resuelve la situación? S: 11

13. Entre Inas, Sergio y Zineb tenían 4.800 dirhams. Colocados sus respectivos capitales durante un año al 6 %, 5 % y 10 %, han producido en total 360 dirhams. Si los hubiesen colocado al 10 %, 4 % y 5 % respectivamente, habrían producido 274 dirhams. ¿Cuánto tenía cada uno? S: 1.000, 1.600 y 2.200 dirhams.

14. Elías le dice a Myriam: "A ver si sabes el número del que te estoy hablando: la suma de sus tres cifras es 7; si invertimos el orden de sus cifras obtenemos un número 297 unidades mayor; y la suma del doble de la cifra de las centenas, más la de las decenas, es una unidad menor que la de las unidades". S: 205

15*. Sonia y Wiam han de proyectar un monumento en forma de ortoedro de 12 m^2 de base para colocarlo de pie en el suelo, de manera que su altura sea el triple de la arista menor de la base y con una superficie visible de 138 m^2. Se preguntan qué dimensiones le han de dar. S: 3, 4 y 9 m.

16. En un estudio que están realizando Yasmine y Wael, han de hallar una cantidad que dividida por ella misma disminuida en 5 se obtenga una cantidad que sea superior en $\frac{3}{4}$ a la que se obtenga de dividirla por ella misma aumentada en 5. ¿De qué número se trata? S: Hay dos soluciones: 15 y $-\frac{5}{3}$.

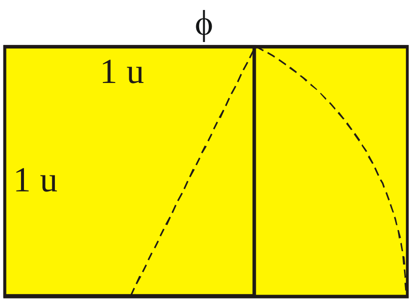
17. Nouhaila, directora de una sucursal bancaria, recibe de Imane 120 billetes entre billetes de 20, 100 y 200 dirhams, que suman un total de 7.100 dirhams. Si el número de billetes de 20 dirhams es el doble de la suma de los demás billetes, ¿cuántos billetes de cada tipo ha recibido? S: 80, 25 y 15 billetes.

18*. Ismael se encuentra en una ciudad A y Oualid, en otra B. Se sabe que ambas ciudades distan 835 km. Ismael y Oualid han de verse para hacer un trabajo y disponen hacerlo en un punto intermedio. Para ello, Ismael sale de A hacia B a las 14 h, a una velocidad de 100 km/h y Oualid sale de B hacia A, a las 15 h y a una velocidad de 110 km/h. ¿En qué punto y a qué hora se encontrarán? S: a 450 km de A y a las 18:30 h.

19*. Una línea de tren une las ciudades B y C, pasando por A que se encuentra entre las dos primeras. A dista de C 50 km menos que B. Chaimae ha salido en tren de A hacia C, a las 10 h, a una velocidad de 150 km/h. Anna ha salido en otro tren de B hacia C, por la misma vía que Chaimae, a las 12 h, a una velocidad de 200 km/h. Chaimae y Anna hablan por el móvil, a las 13 h, y Anna le dice a Chaimae: "Me parece que, si seguimos así, os tendréis que apartar para que nosotros pasemos". Al final resulta que los dos trenes llegan a C al mismo tiempo. ¿A qué distancia está A de C y a qué hora habrán llegado? S: 1.350 km y a las 19 h.

20. El famoso número de oro está formado por la suma de dos números positivos tales que la suma de sus cuadrados es $\frac{3}{2}$ y la diferencia de sus cuadrados es 1. ¿Sabrías hallar dicho número de oro llamado Phi (ϕ)?

S: $\phi = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (¿Sabrías hallarlo geométricamente utilizando el dibujo de la derecha?)

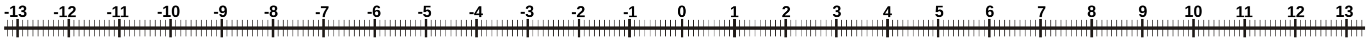


INECUACIONES

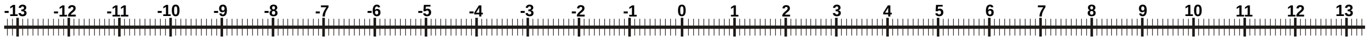
Nombre: **CURSO: 4º -**

1. Escribe como intervalos las siguientes expresiones y represéntalos en la recta real:

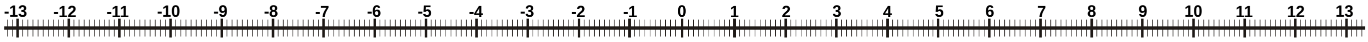
a) Todos los números reales mayores o iguales a -3 y menores o iguales a 7.



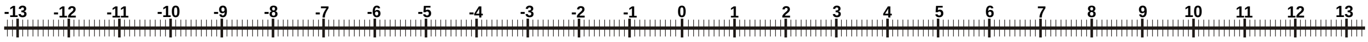
b) Todos los números reales mayores que -3 y menores que 7.



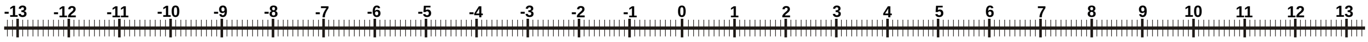
c) Todos los números reales mayores o iguales a -1.



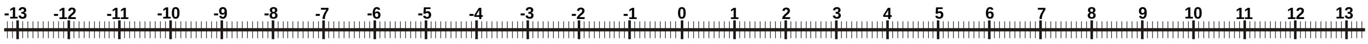
d) Todos los números reales menores o iguales a 0.



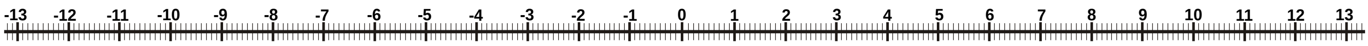
e) Todos los números reales mayores que -10 y menores o iguales a -2.



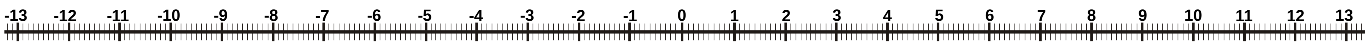
f) Todos los números reales mayores o iguales a 1 y menores que 8.



g) Todos los números reales mayores que -5.



h) Todos los números reales menores que 6.

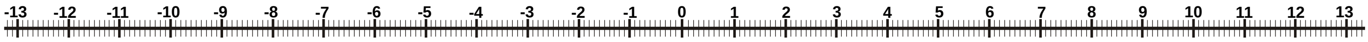


2. Di mediante una frase qué números reales representan las siguientes desigualdades:

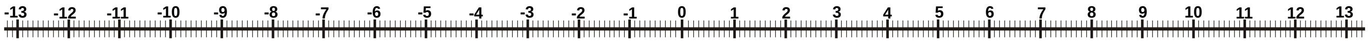
a) $3 < \mathbf{x}$	e) $\mathbf{x} < -2$	i) $4 \leq \mathbf{x} \leq 11$	m) $3 < \mathbf{x} \leq 9$
b) $\mathbf{x} \leq 3$	f) $\mathbf{x} \leq -2$	j) $\mathbf{x} < \frac{3}{2}$	n) $\mathbf{x} > 0$
c) $-2 > \mathbf{x}$	g) $0 < \mathbf{x} < 5$	k) $\mathbf{x} \geq -5$	ñ) $-10 \leq \mathbf{x} \leq 10$
d) $\mathbf{x} \geq -2$	h) $0 < \mathbf{x} \leq 5$	l) $-7 \leq \mathbf{x} < -\frac{5}{2}$	o) $-\frac{1}{2} < \mathbf{x} < \frac{7}{4}$

3. Escribe los intervalos expresados por las desigualdades del ejercicio anterior y represéntalos en la recta real:

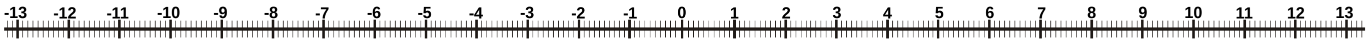
a)



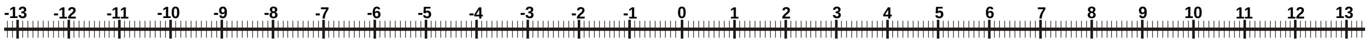
b)



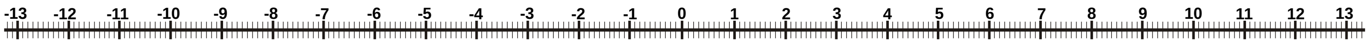
c)



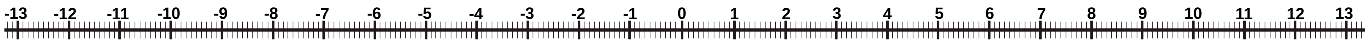
d)



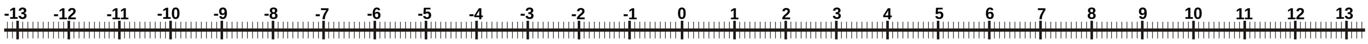
e)



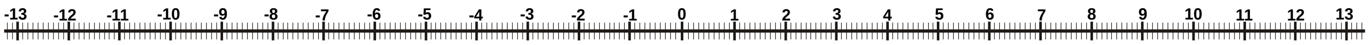
f)



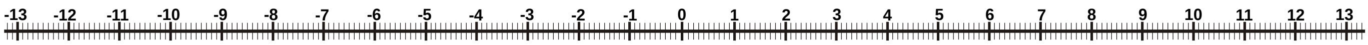
g)



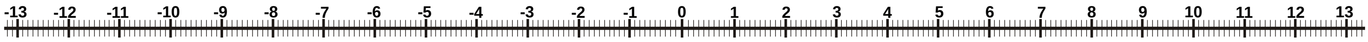
h)



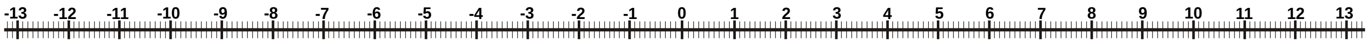
i)



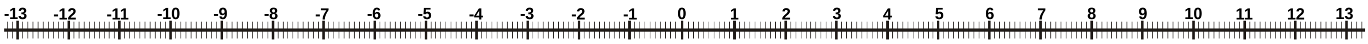
j)



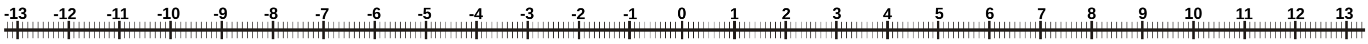
k)



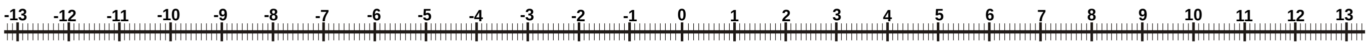
l)



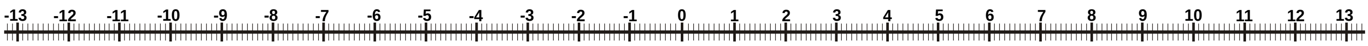
m)



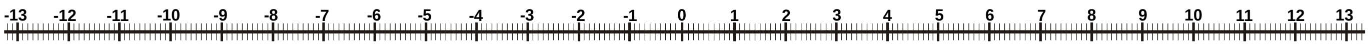
n)



ñ)

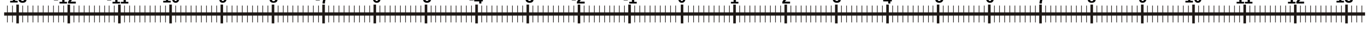


o)

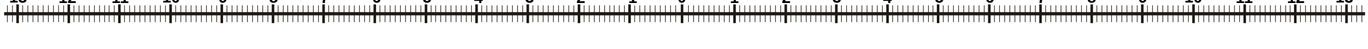


4. Escribe como intervalos, si es posible, los siguientes conjuntos y represéntalos sobre la recta real:

a) $[2\,,\,5]\cap[3\,,\,8]=$

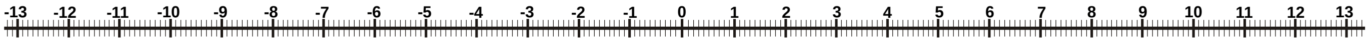


b) $[2\,,\,5]\cup[3\,,\,8]=$



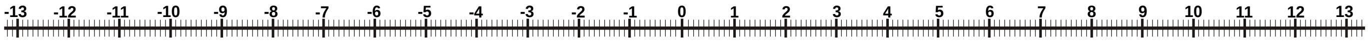
c) $(-3\,,\,4)\cap(1\,,\,5)=$

d) $(-3\,,\,4)\cup(1\,,\,5)=$

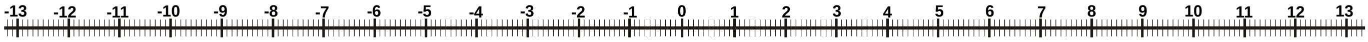


c

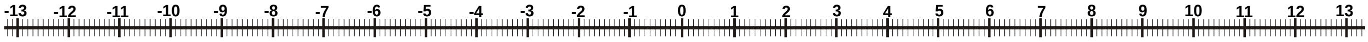
e) $[-5\,,\,9]\cap(4\,,\,10)=$



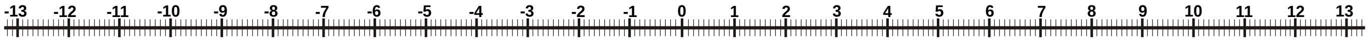
f) $[-5\,,\,9]\cup(4\,,\,10)=$



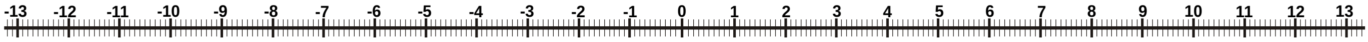
g) $[-4\,,\,-1)\cap[-2\;,\;6]=$



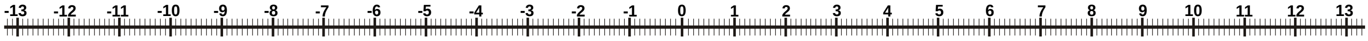
h) $[-4\,,\,-1)\cup[-2\;,\;6]=$



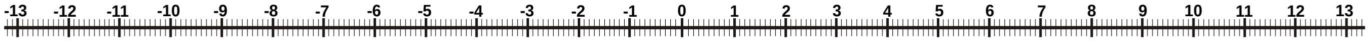
i) $(-\infty\,,\,6)\cap(0\,,\,7]=$



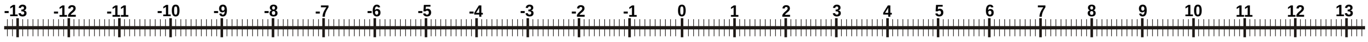
j) $(-\infty\,,\,6)\cup(0\,,\,7]=$



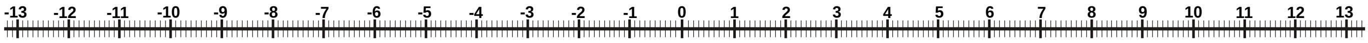
k) $(-\infty\,,\,-3]\cap(-5\,,\,+\infty)=$



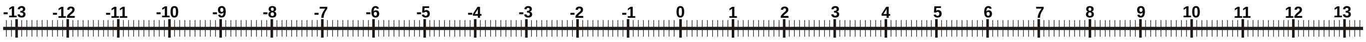
l) $(-\infty\,,\,-3]\cup(-5\,,\,+\infty)=$



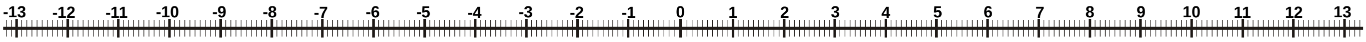
m) $[-10\,,\,-1]\cap[-7\,,\,+\infty)=$



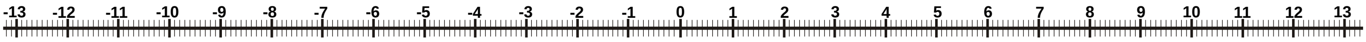
n) $[-10\ ,\ -1] \cup [-7\ ,\ +\infty) =$



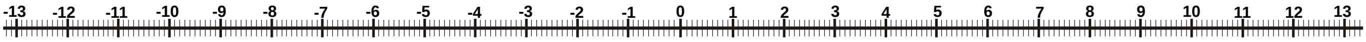
ñ) $[-3\ ,\ 2] \cap (4\ ,\ 10] =$



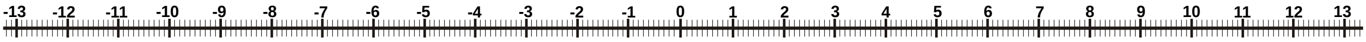
o) $[-3\ ,\ 2] \cup (4\ ,\ 10] =$



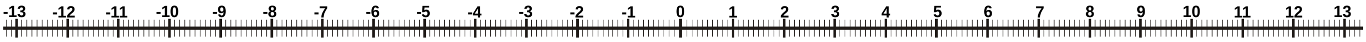
p) $(-\infty\ ,\ 3] \cap (-\infty\ ,\ 0) =$



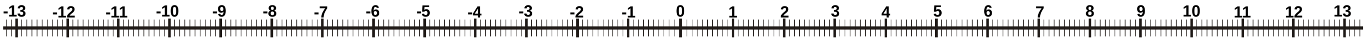
q) $(-\infty\ ,\ 3] \cup (-\infty\ ,\ 0) =$



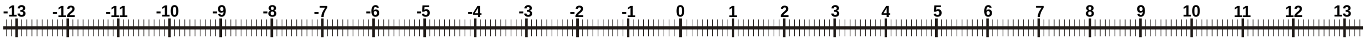
r) $[-2\ ,\ +\infty) \cap [-3\ ,\ +\infty) =$



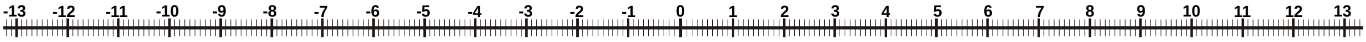
s) $[-2\ ,\ +\infty) \cup [-3\ ,\ +\infty) =$



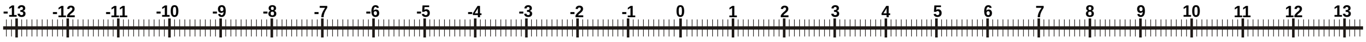
t) $(-\infty\ ,\ 9) \cap (8'5\ ,\ +\infty) =$



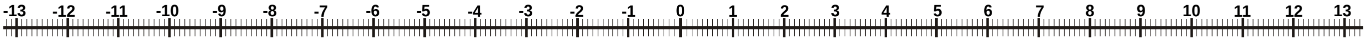
u) $(-\infty\ ,\ 9) \cup (8'5\ ,\ +\infty) =$



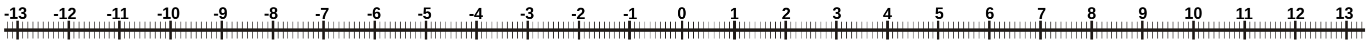
v) $(-\infty\ ,\ 1] \cap [2\ ,\ +\infty) =$



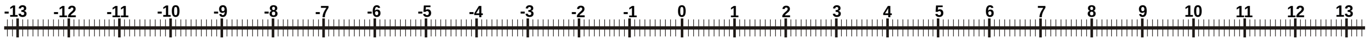
x) $(-\infty\ ,\ 1] \cup [2\ ,\ +\infty) =$



y) $\left(-\infty\ , 4\right)\cap\left[4+\infty\right)=$



z) $\left(-\infty\ , 4\right)\cup\left[4+\infty\right)=$



5. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2\mathbf{x}+1\leq\mathbf{x}$

b) $10\mathbf{x}-2\cdot(\mathbf{x}-1)<\mathbf{x}-12$

c) $-3\cdot(1-\mathbf{x})<7\mathbf{x}-(\mathbf{x}-2)\cdot 2$

d) $0\geq 4\mathbf{x}+(2\mathbf{x}+6)\cdot(-1)$

e) $3\cdot(\mathbf{x}-4)-2\cdot(-\mathbf{x}+5)>7\mathbf{x}$

f) $2\mathbf{x}-3\leq 3\cdot(-\mathbf{x}+2)-5$

g) $\dfrac{\mathbf{x}-2}{3}\leq-\dfrac{\mathbf{x}+1}{6}$

h) $-4\cdot(2\mathbf{x}-3)>-\mathbf{x}-2\cdot(\mathbf{x}+1)$

i) $3\mathbf{x}\leq-6\cdot(\mathbf{x}-5)+2\cdot(-\mathbf{x}+2)$

j) $-1<4\mathbf{x}-5\cdot[\mathbf{x}-2\cdot(\mathbf{x}-3)]$

k) $\mathbf{x}-\dfrac{2\mathbf{x}-3}{2}\geq\dfrac{3\mathbf{x}-1}{5}$

l) $3\cdot(\mathbf{x}-2)\geq-\dfrac{\mathbf{x}-1}{2}+5\mathbf{x}$

6. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}<0\\ \mathbf{x}>-3\end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}-2\leq 5\\ 2\mathbf{x}+1\leq 7\end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}-5\leq 3\mathbf{x}-1\\ 2\cdot(\mathbf{x}-3)<0\end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l}\mathbf{x}>-3\\ 3\mathbf{x}\geq-\mathbf{x}+5\end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{l}-3\cdot(5-2\mathbf{x})<3\\ \mathbf{x}>-4-2\cdot(-\mathbf{x}+1)\end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{l}2\mathbf{x}-1>\mathbf{x}\\ \dfrac{\mathbf{x}+2}{3}<1\end{array}\right\}$

g) $\left.\begin{array}{l}0<\mathbf{x}-3\cdot(2-\mathbf{x})\\ 3\mathbf{x}-6\leq\mathbf{x}+5\end{array}\right\}$

h) $\left.\begin{array}{l}-\dfrac{2\mathbf{x}-5}{4}<\mathbf{x}-\dfrac{1-\mathbf{x}}{3}\\ 2\cdot(\mathbf{x}-3)\geq-\mathbf{x}+3\cdot(-\mathbf{x}+5)\end{array}\right\}$

i) $\left.\begin{array}{l}-4\cdot(-\mathbf{x}+3)-5\mathbf{x}>1\\ 2\mathbf{x}-3\cdot(2-\mathbf{x})<-\mathbf{x}+5\end{array}\right\}$

7. Resuelve las siguientes inecuaciones de 2º grado:

a) $\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}+3>0$

b) $\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}+3<0$

c) $\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}+3\geq 0$

d) $\mathbf{x}^2+6\mathbf{x}+3\leq 0$

e) $\mathbf{x}^2-3\mathbf{x}\leq 0$

f) $\mathbf{x}^2-3\mathbf{x}>0$

g) $\mathbf{x}^2-2\mathbf{x}+5\geq 0$

h) $\mathbf{x}^2-2\mathbf{x}+5\leq 0$

i) $\mathbf{x}^2+1<0$

j) $\mathbf{x}^2+1\geq 0$

k) $-\mathbf{x}^2-3\mathbf{x}+10<0$

l) $\mathbf{x}^2-6\mathbf{x}+3<0$

m) $\mathbf{x}^2-6\mathbf{x}+3\leq 0$

n) $\mathbf{x}^2-6\mathbf{x}+3>0$

ñ) $\mathbf{x}^2-6\mathbf{x}+3\geq 0$

o) $-2\mathbf{x}^2+7\mathbf{x}-15\geq 0$

TRIGONOMETRÍA

1. Pasa los siguientes ángulos de grados a radianes y viceversa:

a) 30º c) 105º e) 60º g) 100º i) 150º

b) $\frac{\pi}{3}$ Rad. d) $\frac{3\pi}{2}$ Rad. f) $\frac{\pi}{5}$ Rad. h) $\frac{3\pi}{4}$ Rad. j) $\frac{5\pi}{3}$ Rad.

2. Calcula las siguientes razones trigonométricas:

a) sen 25º Sol.: 0,422618 d) sen (43º 28'30'') Sol.: 0,688038

b) cos 46º Sol.: 0,694658 e) cos (67º 52'') Sol.: 0,390499

c) tg 69º Sol.: 2,605089 f) tg (21º 25') Sol.: 0,392231

3. Calcula el seno, el coseno y la tangente de los siguientes ángulos:

a) 38º Sol.: seno: 0,615661 coseno: 0,788011 tangente: 0,781285

b) 65º 32' 55'' Sol.: seno: 0,910313 coseno: 0,413921 tangente: 2,199242

4. Halla el ángulo α al que corresponde cada una de las siguientes razones trigonométricas:

a) $\text{sen}\alpha = 0{,}350461$ Sol.: 20º 30' 56'' d) $\text{sen}\alpha = 0{,}920581$ Sol.: 67º 40''

b) $\cos\alpha = 0{,}810023$ Sol.: 35º 54' 7'' e) $\cos\alpha = 0{,}129953$ Sol.: 82º 31' 59''

c) $\text{tg}\alpha = 1{,}359876$ Sol.: 53º 40' 14'' f) $\text{tg}\alpha = 0{,}213285$ Sol.: 12º 2' 24''

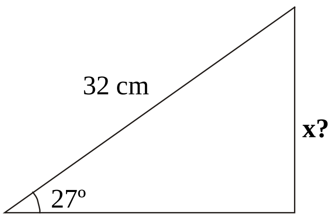
5. Calcula las razones trigonométricas que faltan en los siguientes apartados:

a) $\text{sen}\alpha = 0{,}610208$ c) $\text{tg}\alpha = 1{,}309748$ e) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$

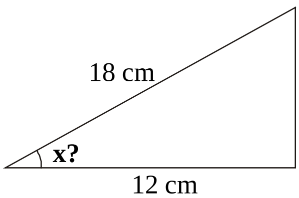
b) $\cos\alpha = 0{,}726944$ d) $\text{sen}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ f) $\text{tg}\alpha = \sqrt{3}$ h) $\text{tg}\alpha = \frac{5}{2}$

6. Halla la incógnita indicada en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

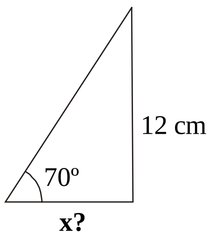
a)



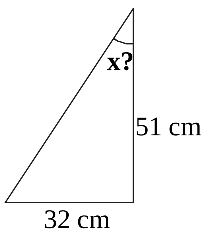
b)



c)



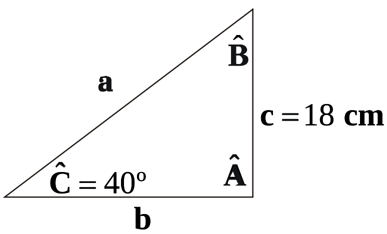
d)



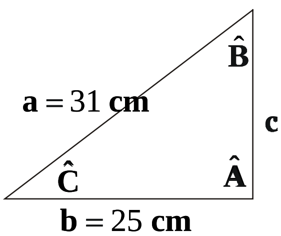
6.

7. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos:

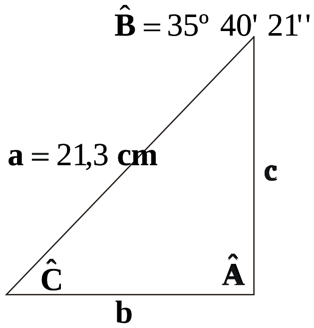
a)



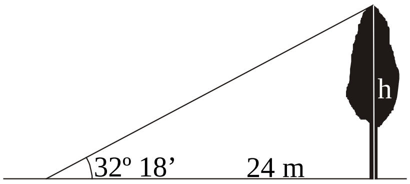
b)



c)

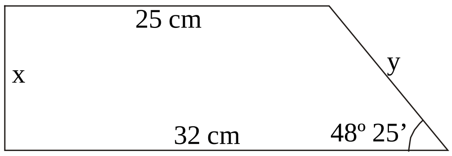


8. Para medir la altura del árbol del dibujo, se dirige, desde un punto que dista 24 m del pie del árbol, una visual hacia su copa, formando con la horizontal un ángulo de 32º 18’. Halla la altura **h** del árbol.



8. Halla los ángulos de un triángulo isósceles de 10 cm de base y 15 cm de altura.

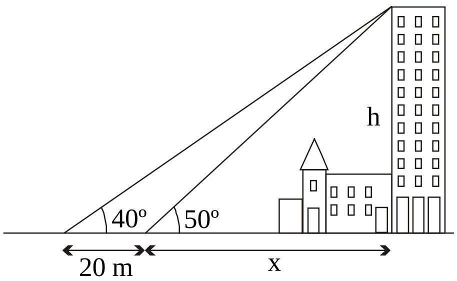
9. En un triángulo isósceles la base mide 8 m y cada uno de los ángulos iguales, 52º 30’. Halla su área y su perímetro.



10. Halla la apotema y el área de un pentágono regular de 10 cm de lado.

11. Halla el perímetro y el área del trapecio rectángulo del dibujo adjunto.

12. Para medir la altura h del edificio del dibujo se procede como sigue:

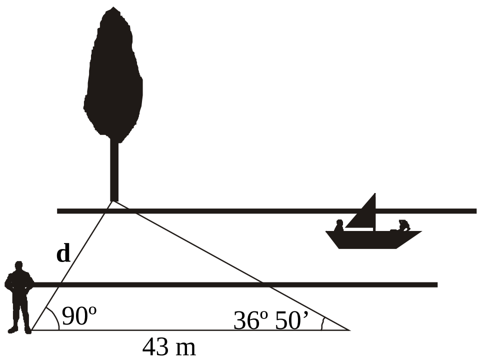


Dirigimos una visual a su punto más alto, que forma un ángulo de 40º con la horizontal.

A continuación nos acercamos 20 m al pie del edificio y dirigimos otra visual al mismo punto. En este caso, la visual forma un ángulo de 50º con la horizontal.

¿Cuánto medirá dicha altura?

13. El señor del dibujo adjunto quiere saber la distancia d a la que se encuentra del árbol que hay en la otra orilla del río. Para ello procede como sigue:

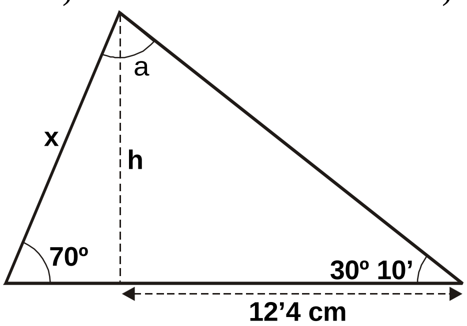


Dirige una visual desde un punto del suelo hacia el pie del árbol. Gira 90º a su derecha y se desplaza 43 m. Nuevamente dirige una visual al pie del árbol y observa que esta visual forma un ángulo de 36º 50’ con la dirección de su desplazamiento.

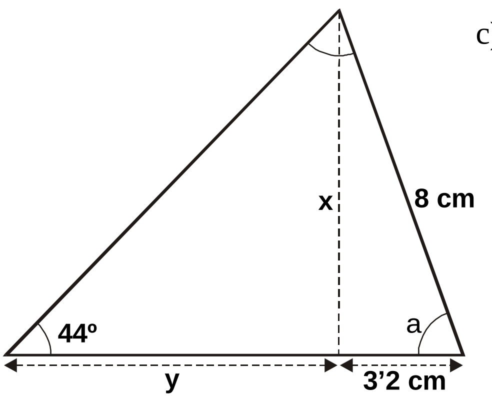
¿A qué distancia del árbol se encontraba?

14. En los triángulos adjuntos, calcula los valores de las incógnitas que se indican.

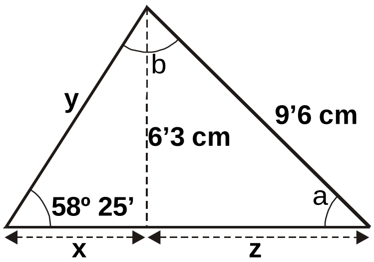
a)



b)



c)

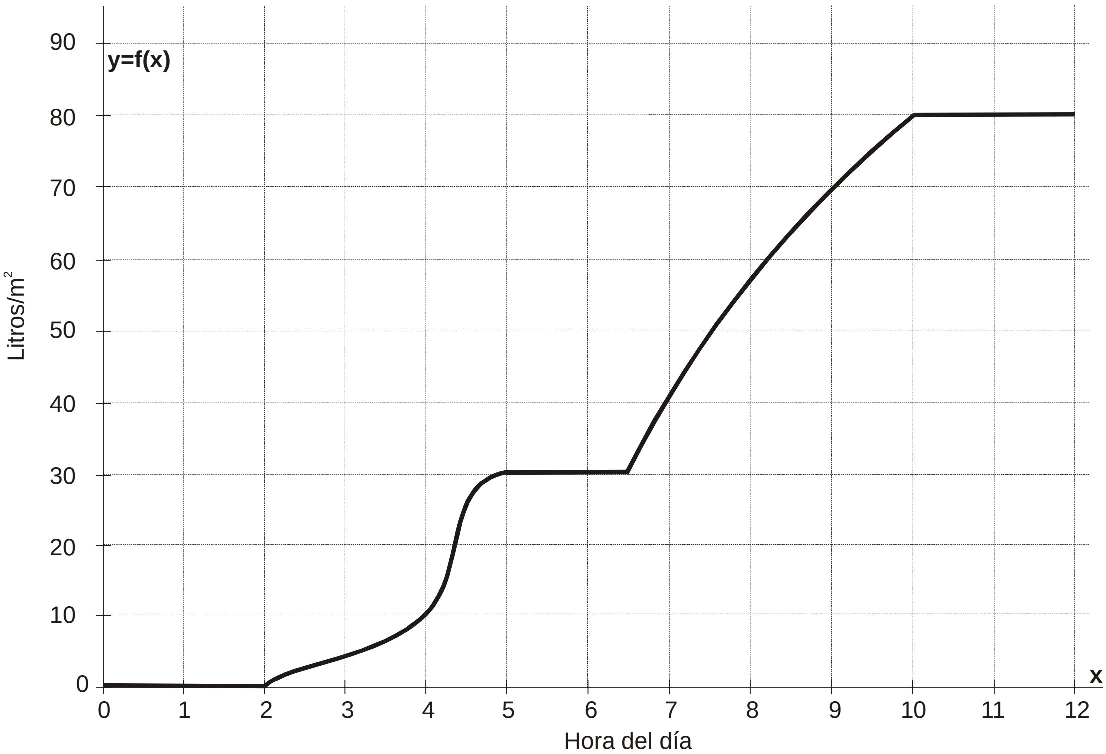


15. La apotema de un heptágono regular mide 5 cm. ¿Cuánto medirá su radio? ¿Y su lado?

FUNCIONES Y GRÁFICAS

Nombre: **CURSO: 4º -**

1º.- En la pantalla (gráfica adjunta) de un pluviómetro se observa el número de litros por metro cuadrado caídos desde las 0 horas hasta las 12 h de un cierto día.



Proponed preguntas importantes relativas a la gráfica y contestadlas. Dad una interpretación global de la lluvia caída durante las doce horas representadas.

2º.- Estudia y representa las siguientes funciones cuadráticas:

a) $f(x) = x^2 - 2x + 8$ c) $y = -x^2 - 3x$ e) $f(x) = x^2 + x + 2$

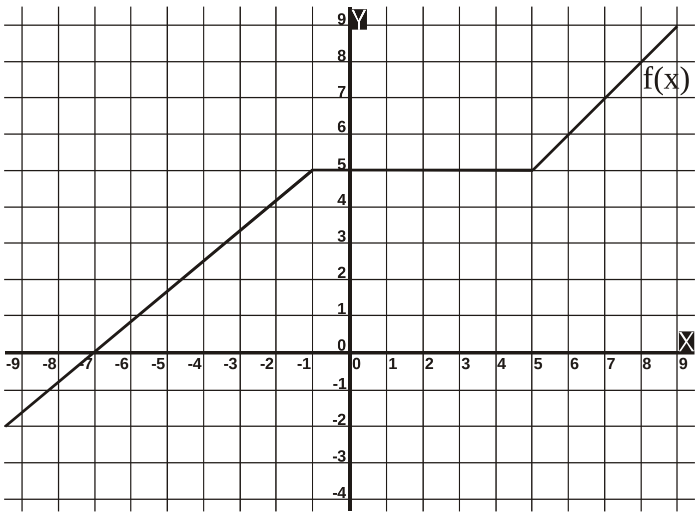
b) $f(x) = 2x^2 - 8$ d) $f(x) = x^2 - 6x + 9$ f) $y = -x^2 - 1$

3º.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - x + 1$ c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ e) $y = \sqrt{2x + 3}$ h) $f(x) = \sqrt{-3x + 5}$ j) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x}$

b) $y = \dfrac{3x^2 - x + 1}{x + 1}$ d) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4}$ g) $f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$ i) $y = \dfrac{7x - 9}{x^3 - 2x}$ k) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

4º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:

$f(5)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(8)$, $f(-4)$, $f(-7)$ y $f(-8)$

b) Determina las antiimágenes de:

$y = 6$, $y = 3$, $y = 0$ $y = -1$ e $y = 5$

c) Determina su dominio y su recorrido.

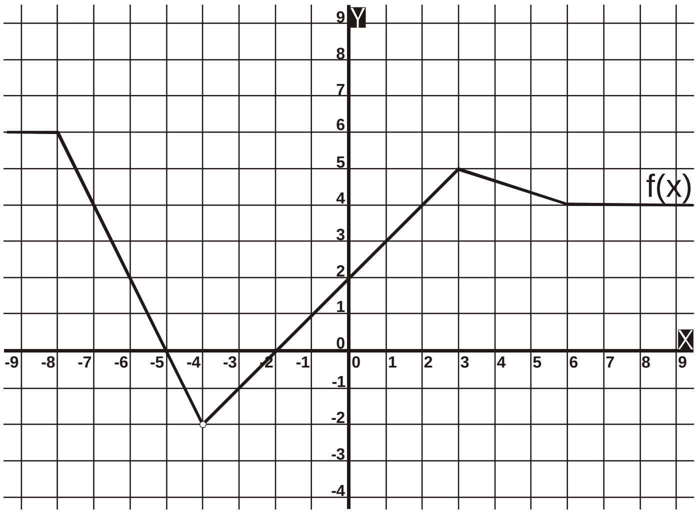
d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

5º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:

$f(6)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(8)$, $f(-4)$, $f(-7)$ y $f(-8)$

b) Determina las antiimágenes de:

$y=5$, $y=7$, $y=3$, $y=0$, $y=-2$ e $y=-5$

c) Determina su dominio y su recorrido.

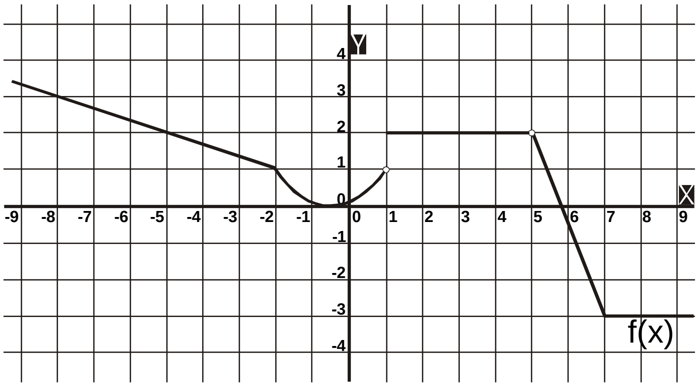
d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

6º.- Dada la gráfica de la función f(x), contesta los siguientes apartados:



a) Determina las siguientes imágenes:

$f(-5)$, $f(-3)$, $f(-2)$, $f(-0'5)$, $f(1)$, $f(3'509)$, $f(5)$, $f(6)$ y $f(8)$

b) Determina las antiimágenes de:

$y=-4$, $y=-1$, $y=0$, $y=1$, $y=0'5$ e $y=2$

c) Determina su dominio y su recorrido.

d) Determina sus puntos de discontinuidad.

e) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

f) Estudia sus signos.

g) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

7.- Representa las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } x\le 1 \\ x+2 & \text{si } x>1 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} -x-5 & \text{si } x\le 0 \\ x+1 & \text{si } x>0 \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} -x & \text{si } x\le -6 \\ 4 & \text{si } -6<x\le 1 \\ -2x+3 & \text{si } x>1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} 3 & \text{si } x<4 \\ 2x-5 & \text{si } x\ge 4 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} -2 & \text{si } x<-5 \\ x+2 & \text{si } -5\le x\le 3 \\ 2x-1 & \text{si } 3<x \end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si } x<-1 \\ -x-2 & \text{si } -1\le x<1 \\ x-4 & \text{si } 1\le x \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x\le 2 \\ x+2 & \text{si } x>2 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{si } x<1 \\ -x^2+2x-1 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases} 2x^2-8 & \text{si } x\le 2 \\ x^2-2x & \text{si } x>2 \end{cases}$

8.- En cada una de las funciones del ejercicio anterior, contesta los siguientes apartados:

a) Determina su dominio y su recorrido.

b) Determina sus puntos de discontinuidad.

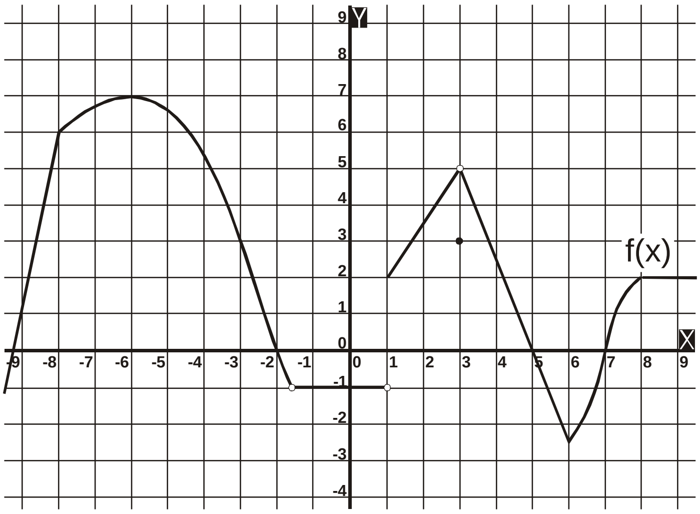
c) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

d) Estudia sus signos.

e) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

Actividad 1:

Sea la función $f(x)$ cuya gráfica es la de la figura adjunta. Se pide:



a) Determina su dominio y su recorrido.

b) Determina sus puntos de discontinuidad.

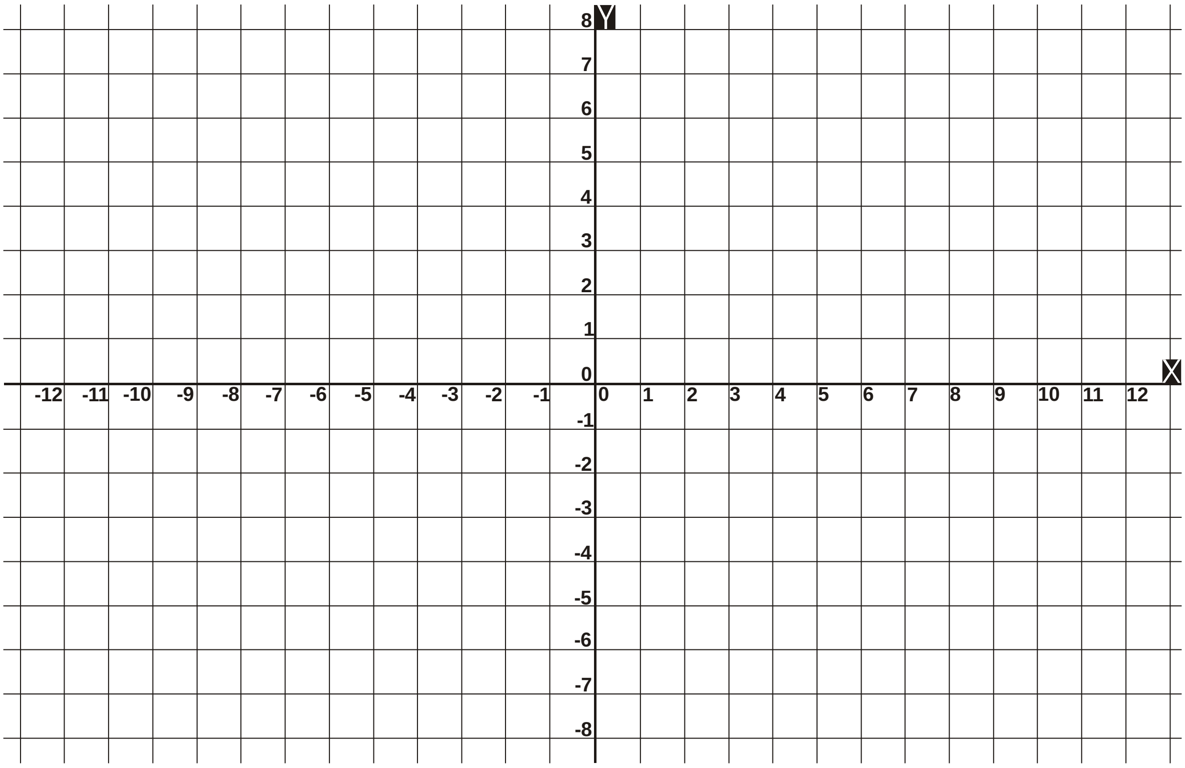
c) Determina sus puntos de corte con los ejes de coordenadas.

d) Estudia sus signos.

e) Estudia su crecimiento, decrecimiento y extremos relativos.

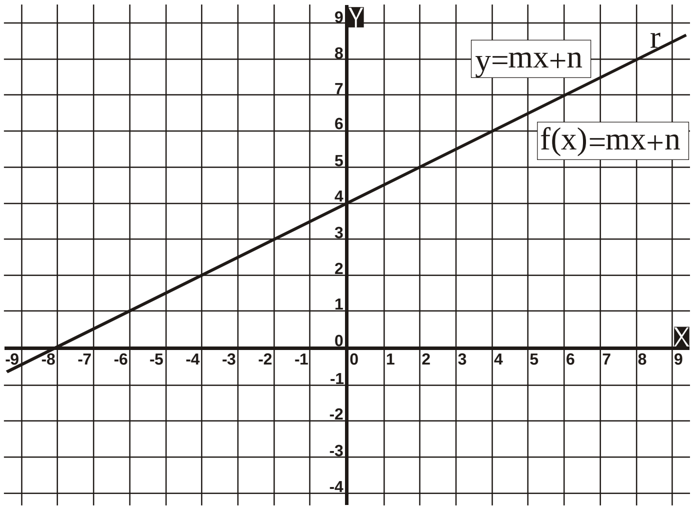
Actividad 2:

Sea la función $f(x)=\begin{cases} x^2+8x+12 & \text{si } x<-4 \\ 2x+4 & \text{si } -4<x<0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$. Represéntala gráficamente en los ejes adjuntos y haz su estudio.



Actividad 3:

Vamos a determinar la ecuación de una recta sabiendo dos de los puntos por los que pasa:



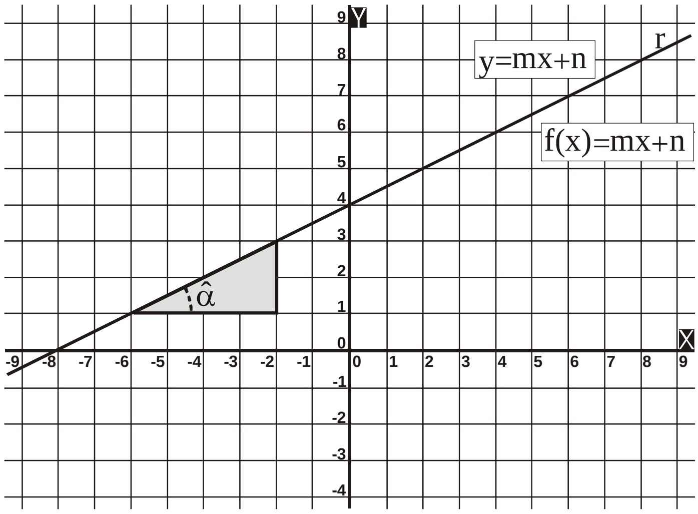
- Determina dos puntos cualesquiera A y B de la recta r: $A(\ \ ,\ \ )$ y $B(\ \ ,\ \ )$.
- Sustituye las coordenadas de A y B en la ecuación de la recta r y resuelve el sistema resultante.

- ¿Qué ecuación de r obtienes al sustituir m y n por los valores hallados?:

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(4,-1)$ y $B(7,4)$.

Sabemos del año pasado que la ordenada en el origen "n" de una recta significa la ordenada del punto de corte de la recta con el eje OY. Compruébalo.

Pero ¿qué significa la pendiente "m"? Vamos a verlo:



- Calcula la tangente del ángulo $\hat{\alpha}$:

$$\mathrm{tg}\,\hat{\alpha} = \frac{\quad}{\quad}$$

- ¿Con quién coincide?:

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que dicha recta forma con la horizontal.

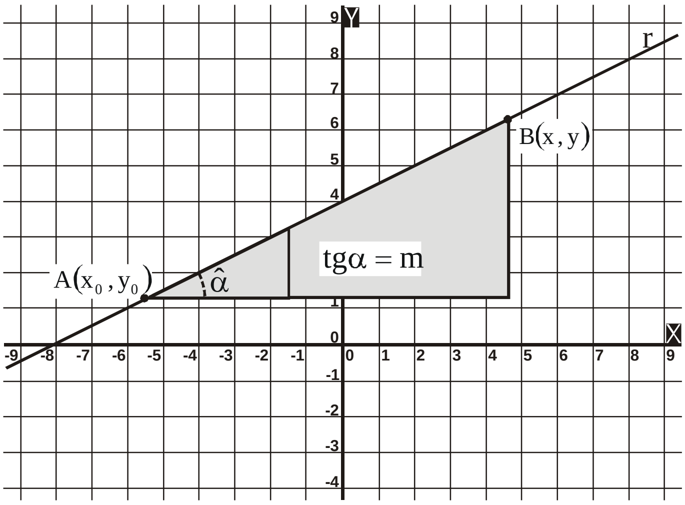
- ¿Cómo podrías hallar la pendiente de r a partir de los puntos A y B que habías considerado?

- ¿Y si supieses dos puntos cualesquiera $A(x_0, y_0)$ y $B(x_1, y_1)$ de una recta r?

$$m = \frac{\quad}{\quad}$$

Ejemplo: Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos $P(-2\ ,\ 0)$ y $Q(5\ ,\ 3)$.

Supongamos que de una recta r conocemos un punto $A(x_0\ ,y_0)$ y su pendiente m. Vamos a hallar la ecuación de dicha recta: $tg\alpha = m$



- Consideremos un punto cualquiera $B(x,\ y)$ de la recta r.
- Determinemos la pendiente de r:

$$m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

De aquí,

$$\boxed{y - y_0 = m \cdot (x - x_0)}$$ **Ecuación de una recta en la forma punto-pendiente**.

Ejemplo: Determina la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-1,\ -2)$ y que tiene por pendiente $m = \frac{4}{3}$.

$$y - (-2) = \frac{4}{3} \cdot [x - (-1)] \Rightarrow y + 2 = \frac{4}{3}(x + 1) \Rightarrow 3y + 6 = 4x + 4 \Rightarrow 3y = 4x - 2 \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

$y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$ **Ecuación explícita de la recta**: $y = mx + n$

$$y - (-2) = \frac{4}{3} \cdot [x - (-1)] \Rightarrow y + 2 = \frac{4}{3}(x + 1) \Rightarrow 3y + 6 = 4x + 4 \Rightarrow 4x - 3y - 2 = 0$$

$4x - 3y - 2 = 0$ **Ecuación implícita o general de la recta**: $ax + by + c = 0$

Ejemplo: Determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $M(5,\ 3)$ y cuya pendiente es $m = 1$.

Ejemplo: Determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $R(-2,\ 1)$ y cuya pendiente es $m = \frac{2}{3}$.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Nombre: **Curso: 4º -**

Estadística

Ejercicio 1:

En un curso de 20 alumnos se ha preguntado por el número de horas que dedica cada uno diariamente a estudiar, dando el siguiente resultado: 2, 3, 4, 1, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 2, 3, 3, 3, 2, 4, 3, 1, 3, 2. Halla su desviación típica.

a) Tabula y representa dicha distribución de datos.
b) Calcula sus parámetros estadísticos.

Ejercicio 2:

Una autoescuela ha realizado un control de los errores cometidos por sus 60 alumnos en un cierto test, obteniendo el siguiente resultado:

Nº de errores:

3	3	0	3	4	3	2	1	1	2
2	3	2	4	5	3	0	4	0	3
4	1	2	1	3	4	1	2	2	2
3	1	2	3	1	4	1	1	2	3
1	0	2	3	3	4	1	0	2	3
3	2	2	3	2	3	0	0	1	2

a) Tabula y representa dicha distribución de datos.
b) Calcula sus parámetros estadísticos.

Probabilidad

1. Considera la experiencia aleatoria de lanzar una moneda y un dado.
a) Forma el espacio muestral.
b) Forma los sucesos A: “obtener una cruz”, y B: “obtener un número par”.
c) Forma los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.

2. En la experiencia del ejercicio anterior considera los sucesos S: “obtener una cara y un número inferior a 4” y T: “obtener una cara y un 6”. ¿Cómo son S y T? Razona tu respuesta.

3. En la experiencia del ejercicio 1 considera los sucesos S: “obtener una cara y un número inferior a 4” y V: “obtener un 2”. ¿Son incompatibles los sucesos S y V? Razona tu respuesta.

4. En la experiencia del ejercicio 1, ¿cuál será el suceso contrario de A: “obtener una cruz”? ¿Y el de S: “obtener una cara y un número inferior a 4”?

5. Un alumno sale de un examen y le preguntamos la nota que cree que obtendrá.
a) Forma el espacio muestral.
b) Forma los sucesos A: “obtener una nota mayor que 3 y menor que 8” y B: “obtener una nota mayor o igual que 5”
c) Forma los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.

6. En la experiencia del ejercicio anterior, ¿cómo serán los sucesos A: “obtener una nota mayor que 3 y menor que 8” y C: “obtener una nota menor que 6”? Razona tu respuesta.

7. En la experiencia del ejercicio 5, ¿serán contrarios los sucesos D: “obtener una nota mayor o igual que 7” y F: “obtener una nota menor que 6”? Razona tu respuesta.

8. En una urna tenemos cinco bolas. En cada una está escrita una vocal distinta. Extraemos una bola.
a) Forma el espacio muestral.
b) ¿Serán equiprobables todos los sucesos elementales?
c) ¿Cuál será la probabilidad de cada vocal?
d) Consideremos el suceso S: “extraer una vocal abierta”. ¿Cuál será su probabilidad?
e) Resuelve los apartados anteriores suponiendo que en la urna hay 4 bolas con la “a”, 3 con la “e” y tres más, cada una con una de las demás vocales.

9. Lanzamos un dado en el que todas sus caras tienen la misma probabilidad.
a) ¿Cuál será la probabilidad de cada suceso elemental?
b) Halla la probabilidad del suceso A: "obtener una puntuación superior a 3".
c) Halla la probabilidad del suceso B: "obtener una puntuación mayor que 2 y menor o igual que 5".
d) Halla la probabilidad del suceso C: "obtener una puntuación menor o igual que 3"
e) Halla las probabilidades de los suceso $A \cap B$ y $A \cup B$. ¿Cómo son los sucesos A y B?
f) Halla las probabilidades de los sucesos $A \cap C$ y $A \cup C$. ¿Cómo son los sucesos A y C?

10. En un curso de 25 alumnos hay 20 que han aprobado Lengua, 18 que han aprobado Física y Química y 14 que han aprobado las dos materias. Escogemos un alumno al azar. ¿Cuál será la probabilidad de que el alumno escogido haya aprobado una de las materias?

11. En una urna hay bolas blancas y bolas negras. Se sabe que la probabilidad de extraer una bola blanca es $\frac{4}{7}$. ¿Cuál será la probabilidad de extraer una bola negra?

12. De una baraja extraemos una carta.
a) Halla la probabilidad del suceso E: "sacar una espada".
b) Halla la probabilidad del suceso F: "sacar una figura".
c) Halla la probabilidad del suceso "sacar una espada o una figura". ¿Cómo se puede escribir este suceso?
d) Halla la probabilidad del suceso "sacar una espada y una figura". ¿Cómo se puede escribir este suceso?

13. En una urna hay 4 bolas blancas y 6 negras. Realizamos sucesivamente dos extracciones con reposición o reemplazamiento.
a) Halla la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean blancas.
b) Halla la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean del mismo color.
c) Halla la probabilidad de que la segunda bola extraída sea negra.

14. Resuelve el mismo ejercicio anterior pero sin reposición.

15. Lanzamos tres veces una moneda al aire.
a) Halla la probabilidad de obtener al menos dos caras.
b) Halla la probabilidad de obtener al menos una cruz.
c) Halla la probabilidad de obtener exactamente dos caras.
d) Halla la probabilidad de obtener exactamente una cruz y que sea en tercer lugar.
e) Halla la probabilidad de obtener como máximo dos caras.

17. Halla la probabilidad que tiene una pareja de, al tener tres hijos, que dos sean niños y una, niña.

18. En una urna hay 5 bolas blancas, 3 negras y 1 roja. Realizamos sucesivamente 2 extracciones con reposición.
a) Halla la probabilidad de que las dos bolas sean blancas.
b) Halla la probabilidad de obtener las dos bolas del mismo color.
c) Halla la probabilidad de obtener como máximo una bola blanca.
d) Halla la probabilidad de obtener al menos una bola negra.
e) Halla la probabilidad de obtener la bola roja.

19. Resuelve el mismo ejercicio anterior pero sin reposición.

20. Tenemos un dado con dos caras con un "1", tres caras con un "2" y una cara con un "3". Lo tiramos dos veces consecutivas y anotamos la suma de los resultados.
a) ¿Cuál es su espacio muestral?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 4?
c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma menor que 5?

21º.- En un cierto instituto hay 130 alumnos de 1º de bachillerato. En 1ºA hay 32 alumnos, en 1ºB, 35, en 1ºC, 37, y los demás, en otros grupos. Se escoge al azar un alumno de bachillerato. Se pide:

a) Probabilidad de que el alumno escogido sea de 1ºA.
b) Probabilidad de que el alumno escogido sea de 1ºC.
c) Probabilidad de que el alumno escogido sea de 1ºA o de 1ºC.
d) Probabilidad de que el alumno escogido no sea de 1ºB.

22º.- Un club deportivo tiene 500 socios de los que 200 juegan a fútbol, 150 juegan a baloncesto y 220 no practican ninguno de los dos deportes anteriores. Elegimos un socio al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que juegue a fútbol.
b) Probabilidad de que juegue a baloncesto.
c) Probabilidad de que juegue a alguno de los dos deportes mencionados.
d) Probabilidad de que no juegue a fútbol.
e) Probabilidad de que juegue a los dos deportes mencionados.
f) Probabilidad de que juegue a baloncesto y no juegue a fútbol.
g) Sabemos que el socio elegido juega a fútbol. Probabilidad de que juegue a baloncesto.
h) Sabemos que el socio elegido juega a baloncesto. Probabilidad de que no juegue a fútbol.

23º.- En un grupo personas, el 50 % escucha música rap, el 25 %, música clásica y el 15 %, ambas músicas. Se escoge una persona al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que la persona escogida escuche rap.
b) Probabilidad de que la persona escogida escuche rap o clásica.
c) Probabilidad de que la persona escogida no escuche ni rap ni clásica.
d) Probabilidad de que la persona escogida escuche rap y no escuche música clásica.
e) Se sabe que la persona escogida escucha rap. Probabilidad de que escuche música clásica.
f) Se sabe que la persona escogida escucha clásica. Probabilidad de que escuche música rap.

Ejercicios para el final de la 3ª evaluación

Nombre: **CURSO: 4º -**

1º.- Roberto, profesor de un grupo de 20 alumnos, les preguntó el curso pasado por el tiempo diario que dedicaban al estudio. Obtuvo un tiempo medio de 2'85 horas y una desviación típica de 1'25 h. Este año les ha vuelto a preguntar, obteniendo las siguientes respuestas: 2, 3, 4, 1, 3, 2, 4, 3, 5, 4, 2, 3, 3, 3, 2, 4, 3, 1, 3, 2. Roberto está interesado en saber si el tiempo medio diario ha aumentado y si los tiempos están más concentrados o más dispersos alrededor de la media que el año pasado. Dale tú una explicación de lo que ha ocurrido según la información de los datos recogidos.

2º.- Sea la recta r que pasa por los puntos $A(2,-1)$ y $B(6,1)$. Se pide:

a) Pendiente de r.
b) Da todas las ecuaciones de r.
c) Halla tres puntos más de r.
d) Comprueba si el punto $P(-3,-2)$ pertenece a r.
e) El punto $C(-5,\ y)$ pertenece a r. Hállalo.
f) El punto $D(x\ ,\ -9)$ pertenece a r. Hállalo.
g) Determina el ángulo que forma la recta r con la horizontal.

3º.- De las 38 jornadas de la liga pasada, el Real Madrid, actual campeón, ganó en 29 jornadas y el Barcelona, actual subcampeón, ganó en 28 jornadas, dándose que en 4 jornadas no ganó ninguno de los dos equipos. Supongamos que escogemos una jornada al azar. Se pide:

a) Probabilidad de que en la jornada escogida ganara el Madrid.
b) Probabilidad de que en la jornada escogida no ganara el Barça.
c) Probabilidad de que en la jornada escogida no ganara ninguno de los dos equipos.
d) Probabilidad de que en la jornada escogida ganara alguno de los dos equipos.
e) Probabilidad de que en la jornada escogida ganaran los dos equipos.
f) Probabilidad de que en la jornada escogida ganara sólo el Barça.
g) Probabilidad de que en la jornada escogida ganara sólo uno de los dos equipos.
h) Se sabe que en la jornada escogida ganó el Barça. Probabilidad de que también ganara el Madrid.
i) Se sabe que en la jornada escogida no ganó el Madrid. Probabilidad de que ganara el Barça.

4º.- En la edición del domingo, 4 de junio de 2017, el periódico EL PAÍS presenta los resultados de una encuesta sobre la intención de voto realizada a 2.599 personas mayores de 18 años. Aproximadamente, los resultados son los siguientes: 674 personas que votarían al PP, 592, al PSOE, 498, a Podemos, 486, a Ciudadanos y 349, a otros partidos. Se pide:

a) Representa los resultados en un diagrama de barras de frecuencias absolutas y en cada barra indica el tanto por ciento del total que representa-
b) Representa un diagrama de sectores que englobe por un lado a PP y Ciudadanos, por otro a PSOE y Podemos y por otro a otros partidos.

5º.- Sea la recta r de ecuación $3x-2y-5=0$. Se pide:

a) Pendiente de r.
b) ¿En qué puntos corta r a los ejes de coordenadas?

6º.- En una urna tenemos 3 bolas blancas y 2 rojas. Realizamos tres extracciones son reposición. Se pide:

a) Probabilidad de que extraigamos al menos dos bolas rojas.
b) Probabilidad de que extraigamos exactamente dos bolas blancas.
c) Los apartados anteriores pero sin reposición.