| | | | |
|---|---|---|---|
| 2018/2019 | Curso escolar | **1º-BAC-B** | Curso y grupo |
| | | **MATEMÁTICAS I** | MATERIA NO SUPERADA |

En este documento encontrarás las tareas obligatorias, las tareas recomendadas y las recomendaciones para la prueba extraordinaria.

En este documento se especifican también de forma clara la estructura y criterios de calificación de la prueba extraordinaria.

1.- TAREAS OBLIGATORIAS

Ninguna

2.- TAREAS RECOMENDADAS

Contenidos y ejercicios:

Capítulo 1: Números reales.
Ejercicios correspondientes a este capítulo:
- Archivo adjunto:
  - 01 Números reales.

Capítulo 2: Polinomios.
Capítulo 3: Ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
Capítulo 4: Inecuaciones y sistemas de inecuaciones.
Ejercicios correspondientes a este capítulo:
- Archivo adjunto:
  - 02 Álgebra.

Capítulo 5: Trigonometría.
Ejercicios correspondientes a estos dos capítulos:
- Archivo adjunto:
  - 03 Trigonometría.

Capítulo 6: Geometría.
Capítulo 7: Lugares geométricos.
Ejercicios correspondientes a estos tres capítulos:
- Archivos adjuntos:
  - 04 Geometría.
  - 05 Geometría (repaso).

Capítulo 8: Funciones reales de variable real.
- Archivos adjuntos:
  - 06 Funciones (cuadro).
  - 07 Funciones
  - 08 Derivadas

## 3.- ORIENTACIONES PARA LA PRUEBA

El trabajo que el alumno debe hacer durante el verano es el estudio de los contenidos dados durante el curso y la realización de los ejercicios realizados en clase, que corresponden a los contenidos referidos.

La referencia para el trabajo de verano debe ser, en primer lugar, los apuntes de clase y el libro de texto y, en segundo lugar, las actividades propuestas de verano.

El trabajo deberá ir encaminado a la comprensión y aprendizaje de los contenidos y al desarrollo de capacidades que permitan la comprensión de las situaciones prácticas diversas que se puedan presentar y la consecuente aplicación de estrategias, planteamientos y procedimientos que las resuelvan.

Este trabajo no se tendrá que entregar para la realización de la prueba de septiembre y no será evaluable. La calificación de septiembre será la que se obtenga en la prueba que se realice con motivo de dicha convocatoria extraordinaria.

## 4.- ESTRUCTURA DE LA PRUEBA

Preguntas similares a los ejercicios contenidos en las tareas recomendadas así como en las pruebas realizadas durante el curso.

## 5.- CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La calificación de septiembre será la que se obtenga en la prueba que se realice con motivo de dicha convocatoria extraordinaria.

# NÚMEROS REALES
## 1º Bachillerato B

1. Escribe todos los conjuntos ( $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $I$, $\mathbb{R}$ ) a los que pertenecen cada uno de estos números:

a) -34 b) $2+\sqrt{7}$ c) 4,5865 d) 45/5 e) 5,2575757… f) 7,767667666766667...

2. Expresa los siguientes subconjuntos de **R** como intervalos y dibújalos sobre la recta real indicando claramente los extremos que pertenecen y los que no pertenecen a los mismos:

a) $\{x\in R/3<x<10\}$ c) $\{x\in R/-10<x\leq -5\}$ e) $\{x\in R/-1\leq x\}$

b) $\{x\in R/-2\leq x\leq 0\}$ d) $\{x\in R/-\sqrt{2}\leq x<\sqrt{2}\}$ f) $\{x\in \mathbb{R}/x<\frac{3}{5}\}$

3. Expresa como conjuntos, escribe como intervalos y representa sobre la recta real los siguientes entornos:

a) $E_3(-2)$ b) $E(-4\ ;\ 4)$ c) $E_{\sqrt{5}}(0)$ d) $E(\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{2})$

4. Expresa las siguientes igualdades y desigualdades como subconjuntos de **R**, representando las soluciones sobre la recta real:

a) $|x|=5$ c) $|x|\geq 3$ e) $|x+3|=10$ g) $|x+2|>6$

b) $|x|<5$ d) $|x-5|=7$ f) $|x-1|\leq 1$ h) $|x-7|\geq 4$

5. Calcula el error que cometemos al aproximar los siguientes números, o una cota de error en el caso de que no se posible calcularlo con exactitud:

a) $\frac{15}{7}$ aproximado a las centésimas b) $5-\sqrt{7}$ aproximado a las milésimas

6. Efectúa las siguientes operaciones, escribiendo los resultados de la mejor forma posible:

a) $\dfrac{30^{-\frac{2}{3}}\cdot 15^{\frac{1}{2}}}{50^{-2}\cdot 18^{\frac{5}{9}}}=$ d) $\dfrac{\left(\sqrt[5]{2^3\cdot a^2}\right)^3}{\sqrt{2a}}$ g) $\sqrt{\dfrac{x-y}{(x+y)^2}\cdot\dfrac{x+y}{x^2-y^2}}=$ j) $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=$

b) $\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{45}}}{\sqrt[4]{125}}=$ e) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^3\cdot\sqrt{3\sqrt[3]{3}}=$ h) $\sqrt{\dfrac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2}{3}}}\cdot\left(\sqrt[4]{2\sqrt{\dfrac{1}{3}}}\right)=$ k) $3^{\frac{2}{3}}\cdot 5^2\cdot 3^{-\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}=$

c) $\dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+3\sqrt{2}}=$ f) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}+3\sqrt{5}}{\sqrt[6]{125}}=$ i) $\sqrt{2}\cdot 2^{\frac{5}{6}}=$ l) $\sqrt{\dfrac{1}{3}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}+1}=$

7. Un cubo tiene $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm de arista. Halla su diagonal, su área total y su volumen.

8. ¿Cuál ha de ser el perímetro de un cuadrado para que su área sea $12\sqrt{30}\ \text{cm}^2$?

9. Queremos dibujar un rectángulo en el que uno de sus lados mida $\sqrt{5}$ cm y tal que su diagonal sea el doble de dicho lado. ¿Cuáles serán sus dimensiones? Halla su perímetro y su área.

10. En un rombo, una diagonal mide $\sqrt{5}$ cm más que la otra y su área es $\frac{7}{5}\ \text{cm}^2$. Halla su perímetro.

11. Un depósito cónico cerrado ha de tener su base con un área de $3\pi\ \text{m}^2$ y su volumen, $\sqrt{7}\,\pi\ \text{m}^3$. Si para su construcción usamos una chapa cuyo precio es $56\ €/\text{m}^2$, ¿cuál será el coste del depósito?

12.- En una pirámide cuadrangular regular, la altura es el triple que la arista de la base. Escribe su arista lateral, su área total y su volumen en función de la arista de la base. Si es de aluminio y la arista de su base mide $\sqrt{2}$ cm , ¿cuál será su masa?

13. En un triángulo isósceles, la base es la mitad de la altura. Da su perímetro y su área en función de la altura.

14. La altura de una pirámide hexagonal regular hueca, fabricada con chapa de aluminio de 0,5 mm de espesor, es de $4\sqrt{2}$ m y el radio de su base, $2\sqrt{2}$ m. Determina su área total. Si el $\mathrm{m}^2$ de esta chapa de aluminio cuesta a 419,80 dirhams, ¿cuál será el precio de la chapa necesaria para su fabricación?

15. Una varilla mide $(30\sqrt{5}+\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$. Un cálculo erróneo ha dado que su longitud es $(30\sqrt{5}-\sqrt{2})\,\mathrm{cm}$. Expresa mediante radicales el error relativo cometido. Aproxima dicho error por redondeo de dos decimales.

16. Escribe los cuatro primeros términos de las tres primeras sucesiones y hasta el sexto término de la cuarta:

a) $a_n=\dfrac{2n-1}{n^2}$ b) $b_n=\dfrac{(-1)^n}{n}$ c) $c_n=\sqrt{n^2+n-1}$ d) $d_1 = 2$, $d_2 = 1$, $d_n=d_{n-1}^2-2d_{n-2}$

17. Estudia si son monótonas las siguientes sucesiones:

a) $a_n = n^2+1$ b) $b_n=\dfrac{n}{n+1}$ c) $c_n=\dfrac{(-1)^n}{n+1}$

18. Demuestra que 2 es una cota superior y $\dfrac{1}{4}$ una cota inferior de la sucesión $a_n=\dfrac{[2n-1]}{n+3}$

19. Determina el valor de x e y para los que se cumplen las siguientes igualdades:

a) $\log_3 243=x$ c) $\log_x 125=3$ e) $\log_X 67'907=4$ g) $\log_x 36=2$

b) $\log_2 x=3$ d) $\log_{10} 1000000=x$ f) $\log_2 x=-3$ h) $\log_y x=0$

20. Escribe y como expresión de x:

a) $5^{5y}=x$ b) $e^{2y-5}=x$ c) $\log_y x=3$ d) $\log_x(2y)=3$ e) $\log_3(\sqrt{y})=x$ f) $\ln(e^y)=x$

21. Expresa como un solo logaritmo las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{1}{3}\log x+2\log y-\log z$ b) $\dfrac{1}{3}(2\log x-5\log y)-\dfrac{2}{3}\log z$ c) $3\log x-2\left(\log x-\dfrac{2}{3}\log z\right)$

22. El carbono 14 (C-14) es una variedad (isótopo) del carbono presente en los seres vivos en muy pequeñas cantidades y que es radiactivo. Una vez que el ser vivo muere, el número de átomos N de C-14 presente en sus restos se desintegra muy lentamente según la expresión $N=N_0e^{-0,00012\cdot t}$, donde *No* es el número de átomos de C-14 presentes en el organismo en el momento de su muerte y t es el tiempo transcurrido desde la muerte en años. Al analizar una muestra arqueológica se detecta que el C-14 del organismo ha disminuido un 20%. ¿Cuántos años han pasado desde su muerte?

**ÁLGEBRA**

**Nombre:** **Curso:**

1. Clasifica y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de Gauss:

a) $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ -2x+3y+z=-5 \\ 4x-y-2z=0 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} 2x+y-z=3 \\ y+2z=-6 \\ 2x+z=-3 \end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=3 \\ x+y-2z=-5 \\ 2x+y-3z=16 \end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r} -x+y+3z=6 \\ 2x-2y-z=3 \\ 2x+y-2z=8 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y+z=16 \\ x-5y-2z=16 \\ 2x+y+3z=0 \end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{r} 2x-y-z=1 \\ 3x-y+2z=8 \\ y+7z=13 \end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r} x+z=1 \\ x+y=3 \\ -x-2y+z=1 \end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y-2z=3 \\ x-z=1 \\ -2y+z=0 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ -2x+3y+z=-5 \\ 4x-y-3z=1 \end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y+2z=4 \\ x-y+3z=-1 \\ 5x-4y+8z=2 \end{array}\right\}$ i) $\left.\begin{array}{r} 2x-y+2z=1 \\ 3y-2z=3 \\ -x+3z=-1 \end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=5 \\ x-y-2z=8 \\ 2x-y+2z=0 \end{array}\right\}$

Soluciones:

a) $x=1,\ y=-2,\ z=3$; b) $x=\frac{16}{11}-\frac{13\lambda}{11},\ y=-\frac{32}{11}-\frac{7\lambda}{11},\ z=\lambda$; c) Incompatible; d) $x=0,\ y=0,\ z=-3$;

e) $x=7-3\lambda,\ y=13-7\lambda,\ z=\lambda$; f) $x=6+4\lambda,\ y=7+7\lambda,\ z=\lambda$; g) $x=19,\ y=-28,\ z=-2$;

h) Incompatible; i) $x=1,\ y=1,\ z=0$; j) $x=\frac{17}{3},\ y=\frac{8}{3},\ z=3$; k) $x=1+\lambda,\ y=\frac{\lambda}{2},\ z=\lambda$; l) Incompatible.

2. Zineb, Maissoun y Elías tienen una urna cada uno, con 115 bolas repartidas entre ellas. La única que sabe las bolas que hay en cada urna es Maissoun y les dice a Zineb y a Elías: “Si yo tuviese 5 bolas menos, tendría la cuarta parte de bolas que Elías; y si Elías pasara la mitad de sus bolas a la urna de Zineb, ésta tendría el doble de bolas que yo. ¿Sabéis cuántas bolas hay en cada urna?” S: 10, 25 y 80 bolas.

3. Miriam y Ali han de dibujar un rectángulo de 96 $cm^2$ de área, y tal que si su base aumentase en 3 cm y su altura disminuyera en 2 cm, su área disminuiría en $6\ cm^2$. ¿Qué dimensiones le tendrán que dar? S: 12 y 8 cm.

4. Entre Kamal, Yassine y Oualid tienen 5.000 dirhams. Si Kamal tuviese el doble y Yassine y Oualid, la mitad de lo que tiene cada uno, entre los tres tendrían 4.150 dirhams. Y si Kamal aumentase su capital en un 5 %, Yassine lo disminuyera en un 10 % y Oualid lo aumentase en un 20 %, entre los tres tendrían 5.355 dirhams. ¿Cuánto tiene cada uno? S: 1100, 1600 y 2300 dirhams.

5. Salma tarda 3 horas en pintar una pared, y Sergio tarda 5 horas en pintar la misma pared. Quieren saber cuánto tardarían los dos juntos. S: 1 h 52 mi 30 s

6. Rabab y Anna quieren saber cuánto les costará pintar una pared en forma de triángulo isósceles de 30 m de perímetro y 8 m de altura. Saben que la pintura la venden en latas de 5 kg cuyo precio es de 30 €/lata. Con cada lata se puede pintar un máximo de $8\ m^2$. El trabajo cuesta a 2 € cada $m^2$ o fracción superior a medio $m^2$. ¿Cuánto les costará pintar la pared? S: $266\,€$.

7. María y Chaker quieren comprar todas las camisetas que puedan en una oferta que hay en una página de internet. El precio de cada una es de 8 €. Les cobran este precio por las 20 primeras y todas las demás se las rebajan en un 10 %. Saben que les cobran 12 € por los gastos de envío, y quieren saber cuántas camisetas podrán comprar con los 1.450 € que tienen. S: 197 camisetas.

8. Lina y Aya quieren dibujar un rectángulo cuya base sea el doble que su altura y tal que su diagonal mida 10 metros más que su altura. ¿Qué dimensiones le han de dar? S: $\frac{5+5\sqrt{5}}{2}$ cm y $5+5\sqrt{5}$ cm

9. Sandra, Riham y Anas han hecho unos largos de piscina. Si al triple de los que ha hecho Sandra le sumáramos el doble de los que ha hecho Riham y le restáramos el doble de los que ha hecho Anas, tendríamos 4 largos. Si a los que ha hecho Riham le restáramos 7 largos tendríamos los mismos largos que si a los que ha hecho Anas le restáramos el cuádruplo de los que ha hecho Sandra. Y los que ha hecho Sandra son dos largos menos que el cuádruplo de la diferencia de los que ha hecho Anas menos lo que ha hecho Riham. ¿Cuántos largos ha hecho cada uno? S: Sandra, 2 largos y Rihem, un largo menos que Anas.

10. Nouhaila y Zorayda disponen de dos grifos para llenar un depósito. Saben que abiertos a la vez lo llenan en 18 horas y que uno tardaría 27 horas más que el otro. Se preguntan qué tiempo tardaría cada grifo por separado. S: 27 y 54 h.

11. Jaime, joven profesor de Matemáticas del Instituto El Pilar, mientras duerme la siesta, tiene una pesadilla en la que se ve atrapado en un trapecio isósceles cuya base mayor está ocupada por una anaconda que le silba: "Soy 12 m más larga que la birria de pitón de la base menor"; la altura es una cariátide que le susurra: "Mi estatura es la cuarta parte de la longitud de esa anaconda horrible de ahí abajo"; una araña gigante, que campea a sus anchas por el interior del trapecio, se distrae reescribiendo una y otra vez, con su hilo de seda, el valor de la superficie del trapecio: $208\ \text{m}^2$. De pronto, aparece una hidra de siete cabezas con cara de pocos amigos y, entre carcajadas, le dice: "Si quieres encontrar la puerta por la que salir a salvo de aquí, has de tardar menos de 10 segundos en dar una vuelta corriendo alrededor del trapecio". Jaime sabe que él corre a una velocidad máxima de 8 m/s; hace sus cuentas y ¿se despertará sano y salvo o perecerá en el intento?

12. Sonia le ha propuesto a Adam averiguar tres cantidades. Para ello le da estas pistas:
- Si al triple de la mayor le restamos el doble de la resta de la mediana menos la menor nos da 4.
- Si a la mediana le sumamos el cuádruplo de la mayor y le restamos el triple de la menor nos da 9.
- El doble de la mediana es igual al doble de la menor, más la mayor.

¿Cuáles son las cantidades propuestas por Sonia?

13. Zoubida le ha propuesto a Ahlam averiguar otras tres cantidades. Para ello le da estas pistas:
- Si al triple de la mayor le sumamos el doble de la resta de la mediana menos la menor nos da 6.
- Si a la mediana le sumamos el doble de la mayor y le restamos la menor nos da 4.
- Si a la mediana le sumamos la resta de la mayor con la menor nos da 2.

¿Cuáles son las cantidades propuestas por Zoubida?

14. Yasser le ha propuesto a Chaimae averiguar otras tres cantidades con las siguientes pistas:
- Si a la mayor le restamos el doble de la mediana y le sumamos la menor nos da 5.
- Si al triple de la mayor le restamos el quíntuplo de la suma de la mediana con la menor nos da 8.
- Si al doble de la mayor le restamos el triple de la mediana y seis veces la menor nos da 0.

¿Cuáles son las cantidades propuestas por Yasser?

15. Yousra y Mohamed están resolviendo un problema y llegan a la siguiente ecuación: la suma de las raíces del número positivo buscado aumentado en 5, y de dicho número disminuido en 2 da el mismo resultado que si dicho número se disminuye en 4. ¿Cuál será el número que les resuelve la situación? S: 11

16. Entre Myriam, Hicham y Sara tenían 4.800 dirhams. Colocados sus respectivos capitales durante un año al 6 %, 5 % y 10 %, han producido en total 360 dirhams. Si los hubiesen colocado al 10 %, 4 % y 5 % respectivamente, habrían producido 274 dirhams. ¿Cuánto tenía cada uno? S: 1.000, 1.600 y 2.200 dirhams.

17. Amine le dice a Lina: "A ver si sabes el número del que te estoy hablando: la suma de sus tres cifras es 7; si invertimos el orden de sus cifras obtenemos un número 297 unidades mayor; y la suma del doble de la cifra de las centenas, más la de las decenas, es una unidad menor que la de las unidades". S: 205

28. Aya, Elías y Nouhaila han de proyectar un monumento en forma de ortoedro de $12\ m^2$ de base para colocarlo de pie en el suelo, de manera que su altura sea el triple de la arista menor de la base y con una <u>superficie visible</u> de $138\ m^2$. Se preguntan qué dimensiones le han de dar. S: 3, 4 y 9 m.

19. Anas, director de una sucursal bancaria, recibe de un cliente 120 billetes entre billetes de 20, 100 y 200 dirhams que suman un total de 7.100 dirhams. ¿Cuántos billetes de cada tipo ha recibido?

20. Sara, directora de una sucursal bancaria, recibe de un cliente 120 billetes entre billetes de 20, 100 y 200 dirhams que suman un total de 7.100 dirhams. Si el número de billetes de 20 dirhams es el doble de la suma de los demás billetes, ¿cuántos billetes de cada tipo ha recibido? S: 80, 25 y 15 billetes.

21. Resuelve, en la recta real, las inecuaciones y sistemas de inecuaciones siguientes:

a) $-\frac{x+1}{6} \le -2 \cdot \left(-x + \frac{x-2}{3}\right)$

e) $\frac{2x^2-1}{-x^2+3x} < 0$

i) $\left.\begin{array}{l} \frac{x-1}{6} < \frac{3x-2}{2} + 1 \\ 2\cdot(-x+5) \ge -4\cdot(-2x+3) \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{l} 2x-5<3 \\ x \ge 6 \end{array}\right\}$

f) $\frac{x^2-4}{-x^2+x-5} > 0$

j) $\frac{-x^2-x+2}{x^2-1} \le 0$

c) $x^2+6x+3>0$

g) $x^2-3x \le 0$

k) $-2x^2+7x-15 \ge 0$

d) $\frac{2x-1}{x+3} \ge 0$

h) $\frac{x^2+1}{x^2+x-2} \ge 0$

l) $\frac{-x^2+2x-1}{x^2-2} \ge 0$

## TRIGONOMETRÍA

**Nombre:** **Curso:**

1. Calcula las razones trigonométricas que faltan en los siguientes casos:

a) $\alpha$, ángulo del primer cuadrante y $\text{sen}\alpha = \frac{1}{3}$.

b) $\alpha$, ángulo del segundo cuadrante y $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

c) $\alpha$, ángulo del tercer cuadrante y $\text{tg}\alpha = 2$.

d) $\alpha$, ángulo del cuarto cuadrante y $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

e) $0^o < \alpha < 90^o$ y $\text{tg}\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

f) $180^o < \alpha < 270^o$ y $\cos\alpha = -0'560127$.

g) $180^o < \alpha < 270^o$ y $\text{sen}\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

h) $270^o < \alpha < 360^o$ y $\text{tg}\alpha = -\frac{1}{2}$.

2. Con ayuda de la calculadora, halla el ángulo $\alpha$ en lo siguientes casos:

a) $\text{sen}\alpha = 0'978044$ y $0^o < \alpha < 90^o$.

b) $\text{sen}\alpha = 0'978044$ y $90^o < \alpha < 180^o$.

c) $\cos\alpha = -0'457219$ y $180^o < \alpha < 270^o$.

d) $\text{tg}\alpha = 1'720045$ y $180^o < \alpha < 270^o$.

e) $\text{sen}\alpha = -0'562108$ y $180^o < \alpha < 270^o$.

f) $\text{tg}\alpha = -2'210234$ y $-90^o < \alpha < 0^o$.

g) $\cos\alpha = 0'289607$ y $-90^o < \alpha < 0^o$.

h) $\text{tg}\alpha = -0'896664$ y $90^o < \alpha < 180^o$.

10. Sabiendo que $\alpha$ es un ángulo del primer cuadrante tal que $\text{sen}\alpha = \frac{2}{7}$, halla, sin utilizar la calculadora:

a) $\text{sen}(90^o - \alpha)$ c) $\text{tg}(180^o - \alpha)$ e) $\cos(180^o + \alpha)$ g) $\text{tg}(-\alpha)$ i) $\cos(180^o - \alpha)$

b) $\cos(90^o + \alpha)$ d) $\cos(360^o - \alpha)$ f) $\text{tg}(180^o + \alpha)$ h) $\text{sen}(360^o + \alpha)$ j) $\text{sen}(-\alpha)$

11. Halla, sin calculadora, las razones trigonométricas de los siguientes ángulos:

a) $\cos 225^o$ b) $\text{tg}150^o$ c) $\text{sen}120^o$ d) $\text{sen}240^o$ e) $\cos 300^o$ f) $\text{tg}480^o$ g) $\text{tg}210^o$

12. Escribe, en función de un ángulo del primer cuadrante (y sin calcularlas), las siguientes razones trigonométricas (ilustra el proceso con un dibujo):

a) $\cos 165^o$ c) $\text{tg}1032^o$ e) $\text{sen}117^o$ g) $\text{sen}101^o$ i) $\text{tg}(100^o\ 21'\ 56'')$

b) $\text{sen}226^o$ d) $\text{tg}344^o$ f) $\text{sen}(-26^o)$ h) $\text{tg}255^o$ j) $\cos(-100^o)$

13. Escribe, en función de las razones trigonométricas de $\alpha$, las de los siguientes ángulos:

a) $\cos(90^o + \alpha)$ c) $\cos(-\alpha)$ e) $\text{tg}(360^o + \alpha)$ g) $\text{tg}(90^o + \alpha)$ i) $\text{sen}(180^o - \alpha)$

b) $\text{sen}(180^o + \alpha)$ d) $\text{sen}(\alpha + 90^o)$ f) $\text{tg}(360^o - \alpha)$ h) $\cos(90^o - \alpha)$ j) $\text{tg}(90^o - \alpha)$

14. Halla los ángulos, el perímetro y el área del triángulo de la fig. 14:

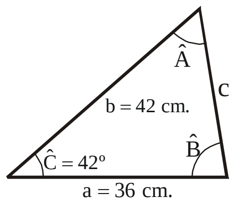


fig. 14

15. Resuelve los siguientes triángulos:

a) $a = 24\text{m}$, $\hat{B} = 26^o$ y $\hat{C} = 79^o$

b) $a = 25\text{m}$, $b = 35\text{m}$ y $c = 18\text{m}$

c) $a = 48\text{m}$, $b = 36\text{m}$ y $\hat{C} = 38^o\ 16'\ 50''$

d) $a = 95\text{cm}$, $c = 78\text{cm}$ y $\hat{C} = 38^o\ 16'\ 50''$

e) $a = 40\text{cm}$, $b = 33\text{cm}$ y $c = 30\text{cm}$

f) $b = 42\text{m}$, $c = 46\text{m}$ y $\hat{A} = 72^o\ 20'$

g) $b = 50\text{cm}$, $c = 70\text{cm}$ y $\hat{B} = 105^o\ 34'\ 12''$

h) $c = 105\text{m}$, $\hat{A} = 40^o\ 50'\ 10''$ y $\hat{B} = 69^o\ 21'\ 5''$

16. Maha y Zineb saben que los lados de un paralelogramo miden 12 y 16 cm, y que uno de sus ángulos es de 47º. Y quieren saber cuánto miden sus diagonales y qué área tiene.

17. Boubker, Nassim y Nada están realizando un trabajo topográfico. Se sitúan en tres puntos, A, B y C, sobre el terreno, respectivamente. Los puntos A y B distan entre sí 200 m. Los lados AC y BC forman con el lado AB

ángulos de 50º 10’ 28’’ y 72º 34’ 52’’. ¿A qué distancia está Nada de Boubker y de Nassim? ¿Cuál será el área del triángulo marcado en el terreno por los tres?

18. Yazid y Ilyass tiran de un mismo objeto con fuerzas de 10 y 20 Nw respectivamente. Si la fuerza resultante con la que tiran es de 25 Nw, ¿qué ángulo forman las fuerzas de ambos?

19. Yasmine y Fátima quieren calcular la anchura de un río de orillas paralelas que no pueden atravesar (fig. 19). Para ello se sitúan en dos puntos A y B de su orilla que distan 65 m entre sí. Observan el punto P de la otra orilla, donde está Yasmina leyendo un libro bajo un frondoso cedro, con visuales que forman 32º y 61º con la recta AB (medidos sobre el segmento $\overline{AB}$). ¿Podrán saber cuál es la anchura del río?

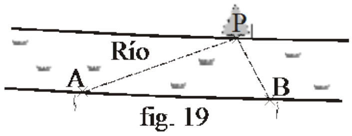


fig. 19

20. Marta y Nora se encuentran subidas a dos móviles A y B que parten del mismo punto con velocidades constantes de 20 y 24 m/seg respectivamente. Si sus trayectorias forman un ángulo de 76º, ¿al cabo de cuánto tiempo se encontrarán a 1.200 m la una de la otra?

21. Jasser y Khaoula se encuentran en la orilla inferior del río de la figura (fig. 21), mientras que Mohamed y Salima se encuentran en la orilla superior y han medido la distancia que hay entre los dos árboles P y Q. Mohamed y Salima retan a sus compañeros a averiguar dicha distancia sin que atraviesen el río. Para ello, Jasser se sitúa en A y Khaoula en B. Miden la distancia que hay entre ellos y resulta ser de 250 m. Jasser lanza unas visuales a P y a Q y mide los ángulos $B\hat{A}P = 80^o$ y $B\hat{A}Q = 47^o$. Khaoula hace lo mismo y obtiene $A\hat{B}Q = 70^o$ y $A\hat{B}P = 42^o$. Tras unos cálculos les dicen a sus compañeros el resultado obtenido y éstos los felicitan. ¿Qué resultado les habrán dicho?

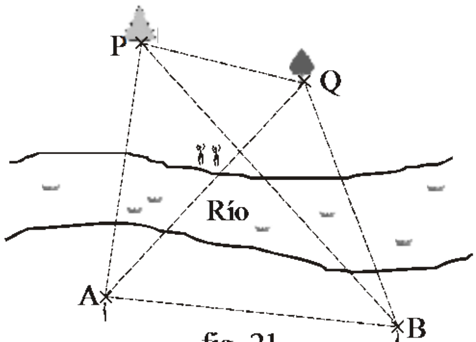


fig. 21

22. Pasa de grados a radianes y viceversa:

a) $75^o$ b) $\frac{4\pi}{3}\text{rad}$ c) 215º d) $\frac{3\pi}{5}\text{rad}$ e) 15º f) $\frac{15\pi}{4}\text{rad}$ g) 1215º

23. Sabiendo que $\alpha$ es un ángulo del primer cuadrante tal que $\text{sen}\alpha = \frac{1}{3}$ y $\beta$ es un ángulo del segundo cuadrante tal que $\text{tg}\beta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, halla:

a) $\text{sen}(\alpha+\beta)$ d) $\text{tg}(\alpha+\beta)$ g) $\cos(\beta-\alpha)$ j) $\text{sen}(2\alpha)$ m) $\text{tg}(2\alpha)$

b) $\cos(\alpha+\beta)$ e) $\text{sen}(\beta-\alpha)$ h) $\text{tg}(\beta-\alpha)$ k) $\cos(2\alpha)$ n) $\cos(2\beta)$

c) $\text{sen}(\alpha+\pi)$ f) $\text{tg}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ i) $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)$ l) $\text{sen}\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right)$ o) $\cos(\pi-\alpha)$

24. A partir de las razones trigonométricas de 30º y 240º, calcula las siguientes razones trigonométricas (sin utilizar la calculadora):

a) $\text{sen}330^o$ d) $\cos(-30^o)$ g) $\cos(240^o-30^o)$ j) $\text{tg}(210^o)$ m) $\text{cosec}15^o$

b) $\text{sen}(30^o+240^o)$ e) $\text{tg}(480^o)$ h) $\cos(240^o+30^o)$ k) $\cos15^o$ n) $\text{cotg}(-30^o)$

c) $\text{sen}(210^o)$ f) $\text{sen}120^o$ i) $\text{tg}375^o$ l) $\sec120^o$ ñ) $\text{tg}120^o$

25. Calcula las siguientes expresiones sin calculadora:

a) $(\cos130^o\cdot\cos140^o-\text{sen}130^o\cdot\text{sen}140^o)^2 =$

c) $\frac{\text{tg}53^o-\text{tg}23^o}{1+\text{tg}53^o\cdot\text{tg}23^o}\cdot\frac{1-\text{tg}30^o\cdot\text{tg}15^o}{\text{tg}30^o+\text{tg}15^o} =$

b) $\text{tg}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\text{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right) =$

d) $\frac{\text{cosec}(\alpha-\pi)}{\text{cosec}(\alpha+\pi)} =$

26. Zorayda y Ahlam proponen a Elías y a Sergio la siguiente pregunta: ¿A qué es igual la expresión $(\text{sen}\alpha+\text{sen}\beta)\cdot(\cos\alpha+\cos\beta)$ si $\alpha$ y $\beta$ son ángulos complementarios? Y estos les dicen a Amine y a Riham que se unan al grupo para dar una respuesta. ¿Sabrías tú dar la respuesta adecuada?

27. Chaimae, Sandra y Sonia están averiguando si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Sonia las quiere resolver mentalmente pero Chaimae y Sandra le dicen que las tienen que razonar sobre el papel. Sonia no está muy de acuerdo pero accede. ¿Qué razonamientos tendrán que escribir Chaimae y Sandra?

a) $\sqrt{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\alpha}=\cos\alpha-\text{sen}\alpha$ c) $1+\cos\alpha=2\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ e) $\text{tg}(x-\pi)=-\frac{1}{\text{tgx}}$

b) $1-\cos x=2\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)$ d) $\text{tg}\alpha=\dfrac{2\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1-\text{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$ f) $(\text{cosec}\alpha+\text{cotg}\alpha)\cdot(\text{cosec}\alpha-\text{cotg}\alpha)=1$

28. Hicham, Ali y Yousra no se ponen de acuerdo en cómo escribir las expresiones $\cos\alpha$ y $\text{sen}\alpha$ y en función de t, siendo $t=\text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. Pasan por allí Zoubida y María y les proponen discutir menos y trabajar más. ¿A qué conclusiones llegarán los cinco?

29. Sara y Yassine proponen demostrar las siguientes igualdades a sus compañeros:

a) $\dfrac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\alpha}{\cos^4\alpha-\text{sen}^4\alpha}=1$ a Rabab c) $\dfrac{\text{sen}(\alpha+\beta)+\text{sen}(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}=\text{tg}\alpha$ a Anna e) $\dfrac{\text{sen}^4\alpha-\text{sen}^2\alpha}{\cos^4\alpha-\cos^2\alpha}=1$ a Kamal

b) $\dfrac{\text{tg}\alpha}{\text{tg}(2\alpha)-\text{tg}\alpha}=\cos(2\alpha)$ a Ali d) $\dfrac{\text{sen}(2\alpha)}{1+\cos(2\alpha)}=\text{tg}\alpha$ a Maissoun f) $\dfrac{2\text{sen}\alpha-\text{sen}(2\alpha)}{2\text{sen}\alpha+\text{sen}(2\alpha)}=\text{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ a Zineb

30. Salma, Oualid y Nouhaila proponen simplificar las siguientes expresiones a sus compañeros:

a) $\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\cdot\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=$ a Mohamed c) $\dfrac{1-\text{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1+\text{tg}^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}=$ a Chaker e) $\dfrac{1}{1+\text{tg}\alpha\cdot\text{tg}(2\alpha)}=$ a Yasser

b) $\left(\frac{1}{\text{sen}\alpha}+\frac{1}{\text{tg}\alpha}\right)\cdot\left(\frac{1}{\text{sen}\alpha}-\frac{1}{\text{tg}\alpha}\right)=$ a Anas d) $\dfrac{\frac{1}{\text{tg}\alpha}+\text{tg}\alpha}{\frac{1}{\text{tg}\alpha}-\text{tg}\alpha}=$ a Aya f) $\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-\cos x}{\text{sen}^2 x}\right)=$ a Adam

31. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\cos x=0'560983$ h) $\sqrt{3}\cdot\text{tg}^2x-\text{tgx}=0$ ñ) $2\cos^2x+3\cos x-2=0$

b) $\text{senx}+\cos(2x)=0$ i) $2\cos^2x-\text{senx}=-3$ o) $\dfrac{\text{tgx}}{\cos x}=2$

c) $\text{sen}(2x)=\text{senx}$ j) $\cos^2x=3\text{sen}^2x$ p) $4\cdot\text{sen}(x-45^o)\cdot\cos(x-45^o)=1$

d) $\text{tg}(3x)=-\sqrt{3}$ k) $\frac{1}{2}\text{sen}(2x)\cdot\text{cox}=\text{sen}^3x$ q) $\text{tg}^4(5x)-\text{tg}(5x)=0$

e) $\cos^2x-\text{senx}-1=0$ l) $\text{senx}\cdot\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ r) $2\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right)+\cos x=1$

f) $\text{sen}^2x-\text{senx}=-\dfrac{1}{4}$ m) $2\cdot\text{senx}-3\cdot\cos(2x)=1$ s) $\sqrt{2}\cdot\text{sen}^3(2x)+\cos^2(2x)=1$

g) $\text{senx}+\sqrt{3}\cos x=0$ n) $2-\text{senx}=\cos^2x+7\text{sen}^2x$ t) $2\cdot\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)+\cos(2x)=0$

**GEOMETRÍA**

**Nombre:** **Curso:**

1. Dados los vectores $\vec{u}(-4\ ,\ 1)$, $\vec{v}(3\ ,\ -5)$ y $\vec{w}(-2\ ,\ -6)$, realiza las siguientes operaciones:

a) $\vec{u}+\vec{v}$ d) $2\cdot\vec{u}$ g) $\vec{u}+2\cdot\vec{v}$ j) $5\cdot\vec{u}-2\cdot\vec{w}+3\cdot\vec{v}$ m) $2\cdot\left(3\cdot\vec{u}-\vec{v}\right)+4\cdot\left(\vec{w}-2\cdot\vec{u}\right)$

b) $\vec{v}+\vec{w}$ e) $-1\cdot\vec{v}$ h) $3\cdot\vec{u}+2\cdot\vec{w}$ k) $2\cdot\left(\vec{u}+\vec{v}\right)-\vec{w}$ n) $-5\cdot\left(\vec{v}-3\cdot\vec{w}\right)-3\cdot\left(2\cdot\vec{v}-3\cdot\vec{u}\right)$

c) $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$ f) $3\cdot\vec{w}$ i) $\vec{v}-3\cdot\vec{w}$ l) $-4\cdot\vec{u}-2\cdot\left(\vec{u}-\vec{v}\right)$ ñ) $\vec{v}-2\cdot\left(\vec{u}-6\cdot\vec{w}\right)-4\cdot\vec{u}$

2. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Los vectores $\vec{u}=(3\ ,\ 2)$ y $\vec{v}=(6\ ,\ 4)$ son linealmente independientes.

b) Las componentes del vector posición de un punto P del plano coinciden con las coordenadas del punto P.

c) Si se multiplica un vector por un número negativo se obtiene un vector linealmente independiente con el primero y del mismo sentido que éste.

d) Los vectores $\vec{w}=(-2\ ,\ 1)$ y $\vec{t}=(6\ ,\ -3)$ son linealmente independientes.

e) Los vectores $\vec{a}=(-5\ ,\ 0)$ y $\vec{b}=(20\ ,\ 0)$ son linealmente independientes.

f) Los vectores $\vec{c}=(4\ ,\ 3)$ y $\vec{d}=(-24\ ,\ -18)$ son linealmente independientes.

g) Dado el vector $\vec{u}=(-8\ ,\ 12)$, el vector $\frac{1}{4}\cdot\vec{u}$ será

3. Halla las coordenadas del punto medio del segmento de extremos $A(2\ ,\ 1)$ y $B(7\ ,\ 4)$.

4. De un segmento $\overrightarrow{PQ}$ conocemos su extremo $P(-1\ ,\ 3)$ y su punto medio $M(-4\ ,\ -6)$. ¿Cuáles son las coordenadas de su otro extremo Q?

5. Dado el segmento de extremos $M(0\ ,\ -2)$ y $N(12\ ,\ 4)$, calcula las coordenadas de los puntos que dividen a dicho segmento en tres partes iguales.

6. Calcula las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices $A(1\ ,\ 1)$, $B(11\ ,\ 3)$ y $C(9\ ,\ 7)$.

7. De un paralelogramo ABCD conocemos sus vértices $A(9\ ,\ 5)$, $B(0\ ,\ 2)$ y $C(3\ ,\ -1)$. Halla su otro vértice y el punto de corte de sus diagonales.

8. Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) La que pasa por los puntos $A(-3\ ,\ 1)$ y $B(4\ ,\ 2)$.

b) La que pasa por el punto $C(5\ ,\ 0)$ y tiene como vector director $\vec{v}=(-2\ ,\ 3)$.

9. Di a cuáles de las siguientes rectas pertenece el punto $P(-3\quad 5)$.

a) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-5}{-1}$ b) $3x-y+5=0$ c) $y=5x-3$ d) $2x+y+1=0$

10. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $\vec{v}=(2\quad -6)$ es un vector director de una recta, también lo es $\vec{u}=(4\ ,\ -12)$.

b) Si $\vec{w}=(2\quad -6)$ es un vector director de una recta, también lo es $\vec{z}=(-6\ ,\ 3)$.

c) El vector $\vec{v}=(2\ ,\ -1)$ es un vector director de la recta que pasa por los puntos $A(3\ ,\ 1)$ y $B(5\ ,\ 0)$.

d) El punto $P(-4\ ,\ 1)$ pertenece a la recta de ecuación $2x-y+3=0$.

e) Un vector director de la recta r: $3x+5y-1=0$ es el vector $\vec{v}=(-5\ ,\ 3)$.

f) La recta de ecuación $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}$ pasa por el punto $P(1\ ,\ -3)$.

g) Un vector director de la recta $y=\frac{3}{2}x+1$ es $\vec{v}=(-2\ ,\ 3)$.

h) La pendiente de la recta $x-y+1=0$ es $m=1$.

11. Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) La que pasa por el origen de coordenadas y por el punto $A(7\ ,\ 3)$.

b) La que pasa por el punto $P(-6\ ,\ 10)$ y tiene como vector director $\vec{v}(-1\ ,\ 6)$.

c) La que pasa por el punto $R(-2\ ,\ -2)$ y tiene por pendiente $m=\frac{1}{2}$.

12. Sabemos que la recta $r: 2x-y+c=0$ pasa por el punto $P(3\ ,\ 4)$. ¿Cuál es su ecuación?

13. Da un vector director y un punto de cada una de las siguientes rectas:

a) $(x\ ,\ y)=(3\ ,\ 0)+t\cdot(-2\ ,\ 2)$

b) $\left.\begin{array}{l} x=-1+5t \\ y=1-t \end{array}\right\}$

c) $\frac{x}{4}=\frac{y-5}{-3}$

d) $2x+3y+1=0$

e) $4x=7y+3$

f) $y=2x+1$

14. Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

a) ¿Pertenece el punto $P(4\ ,\ -1)$ a la recta $2x+y-7=0$?

b) ¿Pertenece el punto $A(-1\ ,\ 7)$ a la recta $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{5}$?

c) El punto $B(3\ ,\ ?)$ pertenece a la recta $3x-2y-11=0$. ¿Qué punto es?

d) El punto $C(?\ ,\ -1)$ pertenece a la recta $\left.\begin{array}{l} x=-1+3t \\ y=5-2t \end{array}\right\}$. ¿Qué punto es?

15. Escribe las siguientes rectas mediante las ecuaciones que faltan.

a) $(x\ ,\ y)=(-1\ ,\ 6)+t\cdot(-1\ ,\ 5)$

b) $\left.\begin{array}{l} x=3+2t \\ y=-5-t \end{array}\right\}$

c) $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}$

d) $4x-y+3=0$

16. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) La recta $5x+6y-1=0$ pasa por el origen de coordenadas.

b) Los puntos $A(-3\ ,\ -2)$, $B(0\ ,\ 2)$ y $C(6\ ,\ 3)$ están alineados.

c) Para que una recta pase por el origen de ordenadas, el término independiente de su ecuación general ha de ser cero.

d) Las ecuaciones $\frac{x-5}{3}=\frac{y}{4}$ y $4x+3y-20=0$ representan la misma recta.

17. Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) La que pasa por los puntos $A(3\ ,\ 2)$ y $B(7\ ,\ 2)$.

b) La del eje de abscisas.

c) La que pasa por los puntos $M(3\ ,\ 2)$ y $B(3\ ,\ -4)$.

d) La del eje de ordenadas.

18. La recta que pasa por los puntos $A(3\ ,\ -1)$ y $B(-2\ ,\ 0)$, ¿pasa también por el punto $C(6\ ,\ -2)$?

19. Halla las ecuaciones de los lados del triángulo de vértices $A(-3\ ,\ -4)$, $B(5\ ,\ 0)$ y $C(1\ ,\ 7)$.

20. Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto medio del segmento de extremos $P(7,-2)$ y $Q(-5,-3)$ y tiene por pendiente $-2$.

21. Las rectas $x+y-5=0$ y $-2x-2y+C=0$ son coincidentes. Halla C.

22. Comprueba si las rectas $x+y-1=0$ y $2x-y-2=0$ son paralelas. En caso negativo, haya el punto en el que se cortan.

23. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas. En los casos de rectas secantes, halla su punto de corte.

a) $x-2y+1=0$ y $3x-y-2=0$

b) $\left.\begin{array}{l} x=1-3\lambda \\ y=2+\lambda \end{array}\right\}$ y $2x+6y-4=0$

c) $\dfrac{x}{-1}=y$ y $2x+y-1=0$

d) $x-2y=0$ y $3x-5y-2=0$

e) $\left.\begin{array}{l} x=1-3\lambda \\ y=2+\lambda \end{array}\right\}$ y $x+3y-7=0$

f) $\left.\begin{array}{l} x=-2\lambda \\ y=-1+\lambda \end{array}\right\}$ y $\left.\begin{array}{l} x=7+4\mu \\ y=3+5\mu \end{array}\right\}$

24. Queremos que en cada apartado aparezcan dos rectas paralelas. Completa las ecuaciones para que así sea.

a) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-4}{3}$ y $?\,x+?\,y-1=0$

b) $2x+y-3=0$ y $y=\dfrac{?}{?}x-8$

25. Dada la recta r: $2x-3y-1=0$, halla la recta s que pasa por el punto $P(-2\ ,\ -2)$ y es paralela a r. Hazlo de dos formas diferentes.

26. Halla las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) La recta que pasa por el punto $A(3\ ,\ -1)$ y es paralela al eje OX.

b) La recta que pasa por el punto $A(3\ ,\ -1)$ y es paralela al eje OY.

27. Los puntos $A(-2\ ,\ -2)$, $B(9\ ,\ 0)$ y $C(6\ ,\ 3)$ son vértices de un paralelogramo. Halla el otro vértice.

28. Halla el valor de C para que las rectas $x+y-4=0$, $2x-y-1=0$ y $x+2y+C=0$ sean concurrentes.

29. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de corte de la recta $x-2y+8=0$ con el eje OY y es paralela a la recta $3x-2y+7=0$.

30. Las rectas $2x-y+5=0$ y $3x+4y-31=0$ son lados de un paralelogramo. Si la recta $3x-y-6=0$ es una de sus diagonales, ¿cuál es el punto de corte de sus diagonales? ¿Y cuáles son los vértices del paralelogramo?

31. Halla la ecuación de la recta r que pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos de corte de la recta $s: x-2y+5=0$ con los ejes de coordenadas, y es paralela a la recta $\left.\begin{array}{l} x=3-5\alpha \\ y=-2\alpha \end{array}\right\}$

32. Sean los vectores $\vec{u}=(5,-3)$, $\vec{v}=(-1,-2)$ y $\vec{w}=(-\sqrt{3},1)$. Se pide:

a) Calcula $\vec{u}\cdot\vec{v}$, $\vec{u}\cdot\vec{w}$ y $\vec{v}\cdot\vec{w}$.

c) Halla el ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) Calcula $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$ y $\|\vec{w}\|$.

c) Halla el ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

d) Determina el valor de k para que el vector $\vec{a}=(3,\ k)$ sea ortogonal a $\vec{u}$.

e) Determina el valor de k para que el vector $\vec{a}=(3,\ k)$ forme un ángulo de 120º con $\vec{w}$.

33. Halla los vectores unitarios en la dirección de $\vec{u}=(5,-3)$.

34. Halla un vector de módulo $\sqrt{17}$ que sea ortogonal a $\vec{u}=(-1,4)$.

35. Si los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ cumplen que $\|\vec{u}\| = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{10}$ y el ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es 45º, calcula $\|\vec{u} + \vec{v}\|$.

36. Halla el perímetro del triángulo de vértices $A(-3,\ 0)$, $B(-6,\ -2)$ y $C(4,\ 7)$.

37. Halla la ecuación de la recta s que pasa por el punto $P(-2, 5)$ y es perpendicular a la recta $r \equiv x - 2y - 3 = 0$. Halla el punto de intersección de ambas rectas.

38. Dados el punto $A(-2, -1)$ y la recta $r \equiv x - 2y - 3 = 0$, halla el punto A' simétrico de A respecto a r.

39. Los puntos $A(3, -1)$ y $B(7, 2)$ son vértices del rectángulo ABCD. Calcula sus otros vértices y su área sabiendo que el vértice C se encuentra sobre la recta $x - y - 7 = 0$.

40. Dada la recta $r: y = \frac{3}{2}x - 5$, halla la ecuación de la recta s que pasa por el punto de corte de r con el eje OY y es perpendicular a r.

41. Los puntos $A(1, 0)$, $B(5, 1)$ y $C(2, 7)$ son los vértices de un triángulo. Se pide:

a) Ecuación de la mediatriz del lado AB.

b) Distancia del vértice B al lado AC.

c) Ortocentro, baricentro y circuncentro del triángulo.

d) Comprueba que el circuncentro equidista de los tres vértices.

42. Halla la distancia del punto $P(3, -7)$ a la recta $2x + y - 12 = 0$.

43. Halla el ángulo formado por las rectas $3x + 2y = 0$ y $x - y + 4 = 0$.

44. Halla la distancia entre las rectas $2x - y + 4 = 0$ y $4x - 2y + 11 = 0$.

45. Halla la ecuación general de la altura del triángulo de vértices $A(-3,\ 2)$, $B(1,\ 5)$ y $C(-4,\ 4)$, que pasa por el vértice B.

46. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de corte de las rectas $\left.\begin{array}{l} x = -1 + 3\alpha \\ y = -3 - 5\alpha \end{array}\right\}$ y $4x - y = 0$, y es paralela a la recta $3x - y + 7 = 0$

47. Halla los puntos de la recta $x - 6y + 7 = 0$ que se encuentran a distancia 2 de la recta $3x - 4y + 2 = 0$

48. Los puntos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$ son vértices consecutivos del rectángulo ABCD. Una de sus diagonales es la recta $3x + y + 7 = 0$. Halla sus otros vértices y su área.

49. Las diagonales de un rombo son las rectas $\left.\begin{array}{l} x = 1 - \alpha \\ y = \quad 3\alpha \end{array}\right\}$ y $x - 3y - 4 = 0$. Si uno de sus lados se encuentra sobre la recta $4x + y - 2 = 0$, halla sus vértices, su perímetro y su área.

50. Halla los puntos del eje OX que dista 5 de la recta $3x - y + 7 = 0$

51. Halla la distancia entre las rectas $4x + y - 2 = 0$ y $\left.\begin{array}{l} x = 1 - \alpha \\ y = 7 + 4\alpha \end{array}\right\}$

52. Un cuadrado tiene dos de sus lados sobre las rectas $4x + y - 2 = 0$ y $\left.\begin{array}{l} x = 1 - \alpha \\ y = 7 + 4\alpha \end{array}\right\}$. Si uno de sus vértices es el punto $A(1,\ 7)$, halla sus otros vértices, las ecuaciones de sus otros dos lados, su perímetro y su área.

53. El lado desigual de un triángulo isósceles es el segmento de extremos $P(1,\ 7)$ y $Q(4,\ -5)$. Si su vértice opuesto se encuentra sobre la recta $x + 3y - 4 = 0$, halla su área.

54. Halla los puntos de la recta $x + 3y - 4 = 0$ que se encuentran a distancia 12 del punto $A(3,\ 2)$.

55. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los puntos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$.

56. La recta $4x + y - 2 = 0$ es un cateto de un triángulo rectángulo y el punto $P(0,\ 2)$ es uno de sus vértices. Si su hipotenusa es la recta $x - 5y - 9 = 0$, halla sus otros vértices y su área.

57. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas $4x+3y-2=0$ y $12x-5y-9=0$. ¿Qué representa dicho lugar geométrico?
58. Halla k para que la distancia del punto $A(1, k)$ a la recta $x-5y-9=0$ sea 5.
59. Las rectas $4x+y-2=0$ y $x+5y+9=0$ son dos lados de un triángulo. Si la altura que pasa por el vértice $A(1, -2)$ corta al otro lado en el punto $P(-6, -14)$, halla los otros vértices y el área del triángulo.
60. Los puntos de corte de la recta $x-2y+4=0$ con los ejes de coordenadas son vértices consecutivos de un cuadrado. Halla los otros vértices.
61. Los puntos de corte de la recta $x+y-2=0$ con los ejes de coordenadas son dos vértices consecutivos de un rombo. Si la recta $3x+2y-4=0$ es una de sus diagonales, halla su otra diagonal y los otros vértices.
62. El segmento de extremos $P(1, -4)$ y $Q(-1, -5)$ es una diagonal de un cuadrado. Halla sus otros vértices.
63. Las rectas $3x+2y-3=0$ y $4x+y-9=0$ son lados de un paralelogramo. Si uno de sus vértices es el punto $A(1, -2)$, halla sus otros vértices y su área.
64. Las rectas $2x-y+7=0$ y $x+2y+1=0$ son las diagonales de un rombo. Si uno de sus lados es la recta $3x-y-5=0$, halla sus vértices.
65. Halla el lugar geométrico de los puntos que se encuentran a distancia 7 del punto $P(3, -1)$.
66. Halla la ecuación de la circunferencia de centro el punto $O(3, -1)$ y radio 4.
67. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(-4, -1)$, $B(0, 3)$ y $C(3, 0)$
68. De las siguientes ecuaciones di las que representan circunferencias y las que no (en los casos afirmativos determina el centro y el radio de las mismas):

a) $x^2+y^2+5x-8y-5=0$ c) $2x^2+2y^2+3x-4y=0$ d) $x^2+y^2+2xy-3x+6y-2=0$

b) $x^2+y^2+x-2y+7=0$ d) $x^2+y^2+7x+3=0$ e) $x^2+y^2-16=0$

69. Estudia la posición relativa de la circunferencia de ecuación $x^2+y^2-2x-4y-20=0$ con las siguientes rectas:

a) $x+y+6=0$ b) $y=x-1$ c) $\left.\begin{array}{l} x=4-4\lambda \\ y=6+3\lambda \end{array}\right\}$

70. Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la circunferencia de centro $O(-5, 1)$ y radio 3, en su punto de abscisa $x=-4$ y ordenada positiva.
71. La recta $r \equiv kx-3y+4=0$ es tangente a la circunferencia $x^2+y^2+3x-1=0$. Hállala.
72. Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2+y^2+3x-1=0$ trazadas desde el punto $P(6, 0)$.
73. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano tales que las sumas de sus distancias a los puntos $F(4, 0)$ y $F'(-4, 0)$ es igual a 10.
74. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de sus distancias a los puntos $F(4, 0)$ y $F'(-4, 0)$ es igual a 10.
75. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a los puntos $F(3, 0)$ y $F'(-3, 0)$ es igual a 4.
76. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano tales que se encuentren a la misma distancia del punto $F(3, 0)$ que de la recta $x=-3$.
77.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas $2x+y-2=0$ y $2x+y-9=0$.

# Ejercicios de repaso de Geometría de la recta

"La Escuela de Atenas". Rafael Sanzio. Estancias Vaticanas.

El lema de la Academia de Atenas en la que enseñaban y aprendían los sabios de la antigua Grecia, era el siguiente:

***Nadie entre aquí sin saber Geometría.***

Por algo sería.

1º.- Escribe las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$.

2º.- Da un vector director y un vector perpendicular a la recta $x+2y-3=0$ y lo mismo para la recta $y=6x-1$

3º.- Comprueba si el punto $P(6,\ -5)$ pertenece a la recta $\frac{x-2}{3}=y+4$.

4º.- Determina el valor de k para que el punto $Q(4,\ k)$ pertenezca a la recta $\frac{x-2}{3}=y+4$.

5º.- Escribe unas ecuaciones paramétricas de la recta $x+2y-3=0$.

6º.- Determina la pendiente de la recta $x+2y-3=0$.

7º.- Halla el ángulo que forma la recta $5x-2y+4=0$ con el eje OX.

8º.- Da tres vectores directores de una recta paralela a la recta $5x-2y+4=0$.

9º.- Halla la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto $P(6,\ -5)$ y es paralela a la recta $5x-2y+4=0$.

10º.- Da tres vectores directores de una recta perpendicular a la recta $5x-2y+4=0$.

11º.- Halla la ecuación implícita de la recta que pasa por el punto $P(6,\ -5)$ y es perpendicular a la recta $5x-2y+4=0$.

12º.- Halla la pendiente de cualquier recta paralela a la recta $5x-2y+4=0$ y la de cualquier recta perpendicular a ella.

13º.- Halla el punto medio del segmento de extremos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$.

14º.- Halla el valor de k para que la recta $3x-ky+2=0$ sea paralela a la recta $5x-2y+4=0$.

15º.- Halla el valor de k para que la recta $kx-6y+2=0$ sea perpendicular a la recta $5x-2y+4=0$.

16º.- Posición relativa de las rectas $5x-2y+4=0$ y $x+2y-3=0$. Si son secantes, halla su punto de corte.

17º.- Posición relativa de las rectas $\left.\begin{array}{l} x=5-2\lambda \\ y=\quad\ \ \lambda \end{array}\right\}$ y $x+2y-3=0$. Si son secantes, halla su punto de corte.

18º.- Posición relativa de las rectas $\left.\begin{array}{l} x=5\ \ +4\lambda \\ y=-1-2\lambda \end{array}\right\}$ y $x+2y-3=0$. Si son secantes, halla su punto de corte.

19º.- Escribe las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $M(-1,\ -1)$ y es paralela a otra recta de pendiente $m=2$.

20º.- Halla la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$.

21º.- Halla las coordenadas de los puntos que dividen al segmento de extremos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$ en 5 partes iguales.

22º.- Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $A(-3,\ 2)$ y es paralela al eje OX.

23º.- Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto $A(-3,\ 2)$ y es paralela al eje OY.

24º.- Halla el punto de corte de la recta $x+2y-3=0$ con el eje OX.

25º.- Halla el punto de corte de la recta $x+2y-3=0$ con el eje OX.

26º.- Halla las ecuaciones de la recta que pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos de corte de la recta $x+2y-3=0$ con los ejes de coordenadas, y es paralela a la recta $5x-2y+4=0$

27º.- Halla la longitud del segmento de extremos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$.

28º.- Halla el perímetro del triángulo de vértices $A(-3,\ 2)$, $B(1,\ 5)$ y $C(-4,\ 4)$.

29º.- Halla el ángulo formado por las rectas $x+2y-3=0$ y $5x-2y+4=0$

30º.- Halla la distancia del punto $A(-3,\ 2)$ a la recta $5x-2y+4=0$

31º.- Halla el simétrico del punto $A(-3,\ 2)$ respeto de la recta $5x-2y+4=0$

32º.- Halla la ecuación general de la altura del triángulo de vértices $A(-3,\ 2)$, $B(1,\ 5)$ y $C(-4,\ 4)$, que pasa por el vértice B.

33º.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto de corte de las rectas $\left.\begin{array}{l} x=-1+3\alpha \\ y=-3-5\alpha \end{array}\right\}$ y $4x-y=0$, y es paralela a la recta $3x-y+7=0$

34º.- Halla el punto del eje OX que dista 5 de la recta $3x-y+7=0$

35º.- Los puntos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$ son vértices consecutivos del rectángulo ABCD. Una de sus diagonales es la recta $3x+y+7=0$. Halla sus otros vértices y su área.

36º.- Las diagonales de un rombo son las rectas $\left.\begin{array}{l} x=1+\alpha \\ y=\ \ 3\alpha \end{array}\right\}$ y $x+3y-4=0$. Si uno de sus lados se encuentra sobre la recta $4x+y-2=0$, halla sus vértices, su perímetro y su área.

37º.- Halla la distancia entre las rectas $4x+y-2=0$ y $\left.\begin{array}{l} x=1-\alpha \\ y=7+4\alpha \end{array}\right\}$

38º. Un cuadrado tiene dos de sus lados sobre las rectas $4x+y-2=0$ y $\left.\begin{array}{l} x=1-\alpha \\ y=7+4\alpha \end{array}\right\}$. Si uno de sus vértices es el punto $A(1,\ 7)$, halla sus otros vértices, las ecuaciones de sus otros dos lados, su perímetro y su área.

39º.- El lado desigual de un triángulo isósceles es el segmento de extremos $P(1,\ 7)$ y $Q(4,\ -5)$. Si su vértice opuesto se encuentra sobre la recta $x+3y-4=0$, halla su área.

40º.- Halla los puntos de la recta $x+3y-4=0$ que se encuentran a distancia 12 del punto $A(3,\ 2)$

41º.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los puntos $A(-3,\ 2)$ y $B(1,\ 5)$

42º.- La recta $4x+y-2=0$ es un cateto de un triángulo rectángulo y el punto $P(0,\ 2)$ es uno de sus vértices. Si su hipotenusa es la recta $x-5y-9=0$, halla sus otros vértices y su área.

43º.- Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas $4x+y-2=0$ y $x-5y-9=0$

44º.- Halla k para que la distancia del punto $A(1,\ k)$ a la recta $x-5y-9=0$ sea 5.

45º.- Las rectas $4x+y-2=0$ y $x+5y+9=0$ son dos lados de un triángulo. Si la altura que pasa por el vértice $A(1,\ -2)$ corta al otro lado en el punto $P(-6,\ -14)$, halla los otros vértices y el área del triángulo.

46º.- Los puntos de corte de la recta $x-2y+4=0$ con los ejes de coordenadas son vértices consecutivos de un cuadrado. Halla los otros vértices.

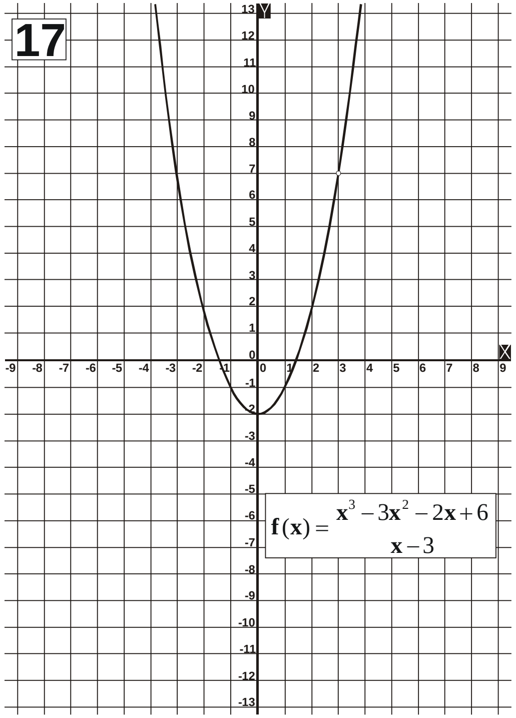
47º.- Los puntos de corte de la recta $x+y-2=0$ con los ejes de coordenadas son dos vértices consecutivos de un rombo. Si la recta $3x+2y-4=0$ es una de sus diagonales, halla su otra diagonal y los otros vértices.

48º.- El segmento de extremos $P(1,\ -4)$ y $Q(-1,\ -5)$ es una diagonal de un cuadrado. Halla sus vértices y su área.

49º.- Las rectas $3x+2y-3=0$ y $4x+y-9=0$ son lados de un paralelogramo. Si uno de sus vértices es el punto $A(1,\ -2)$, halla sus otros vértices y su área.

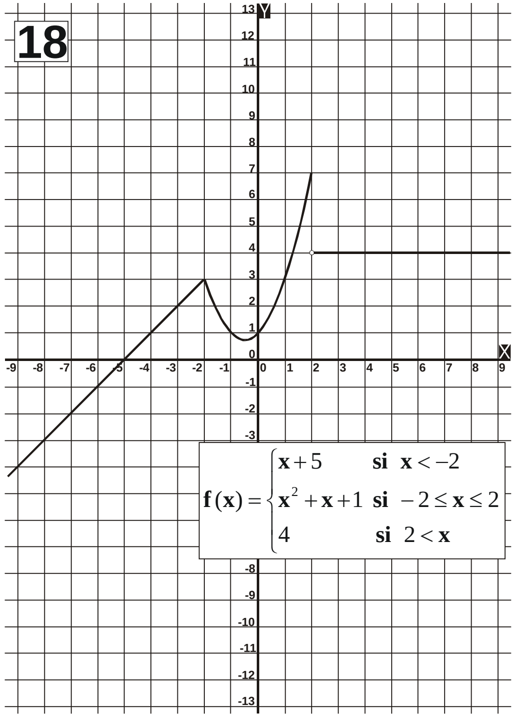
50º.- Halla k para que la distancia del punto $A(-1,\ k)$ a la recta $2x-5y-9=0$ sea $\sqrt{29}$.

**17**



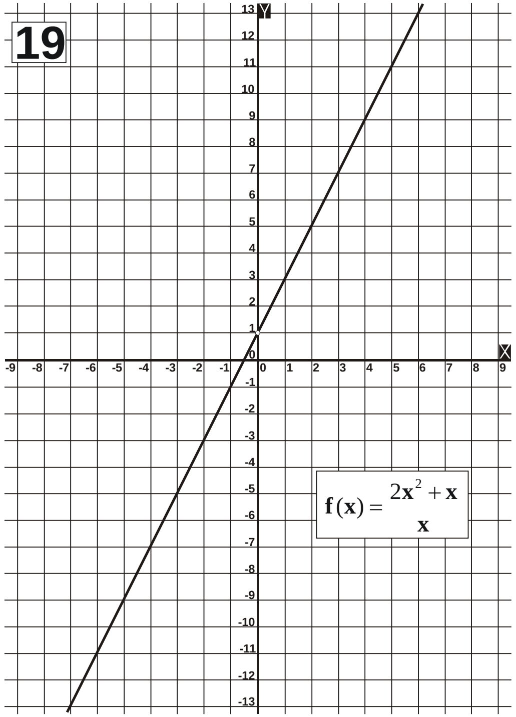
$$f(x)=\frac{x^3-3x^2-2x+6}{x-3}$$

**18**



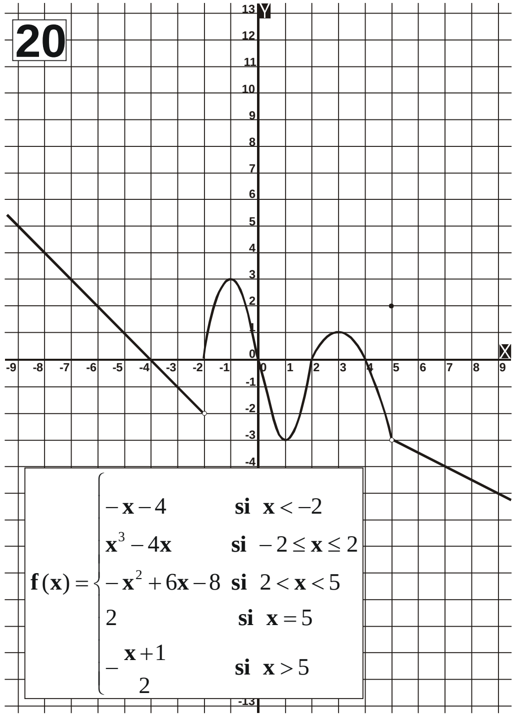
$$f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{si } x<-2 \\ x^2+x+1 & \text{si } -2\le x\le 2 \\ 4 & \text{si } 2<x \end{cases}$$

**19**



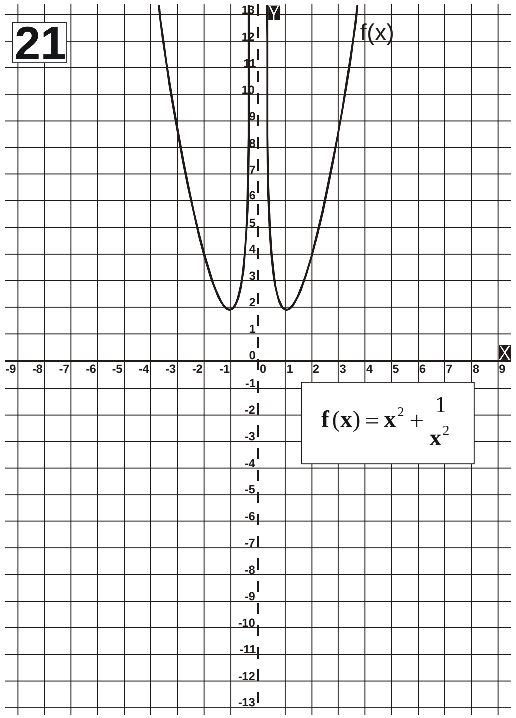
$$f(x)=\frac{2x^2+x}{x}$$

**20**



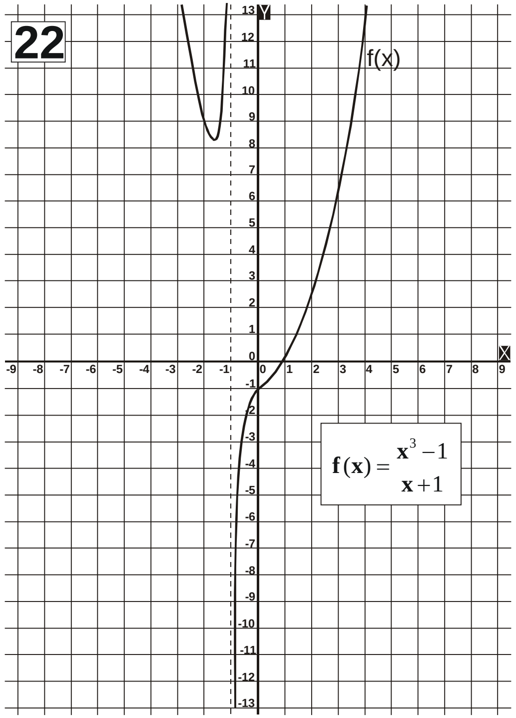
$$f(x)=\begin{cases} -x-4 & \text{si } x<-2 \\ x^3-4x & \text{si } -2\le x\le 2 \\ -x^2+6x-8 & \text{si } 2<x<5 \\ 2 & \text{si } x=5 \\ -\dfrac{x+1}{2} & \text{si } x>5 \end{cases}$$

**21**



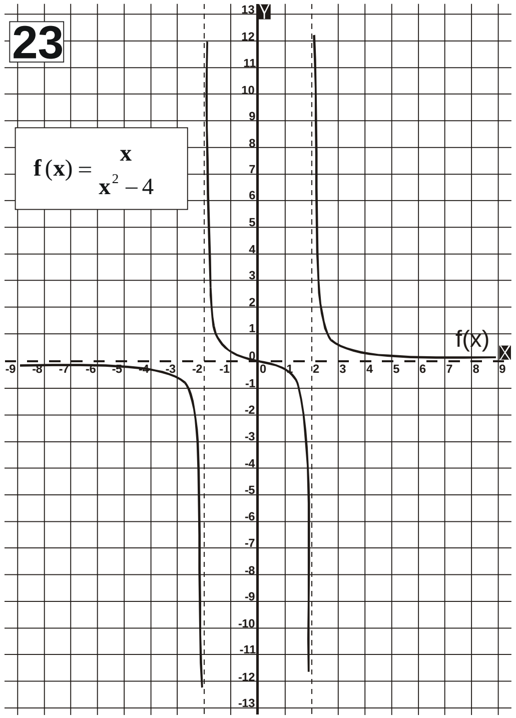

$$f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$$

**22**



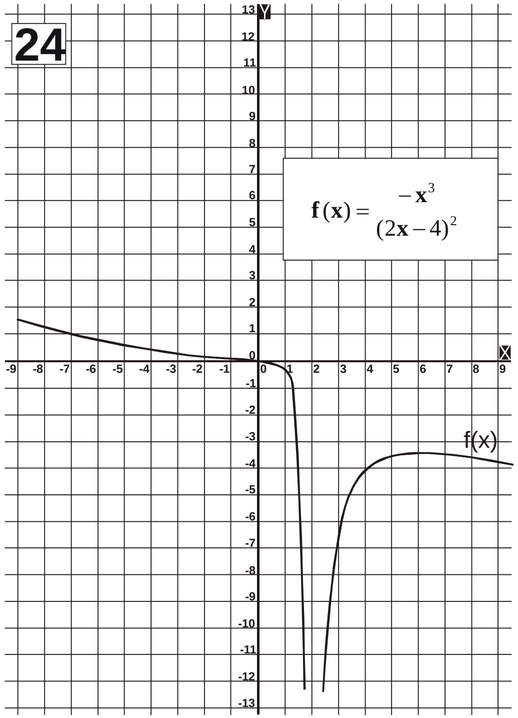

$$f(x)=\frac{x^3-1}{x+1}$$

**23**



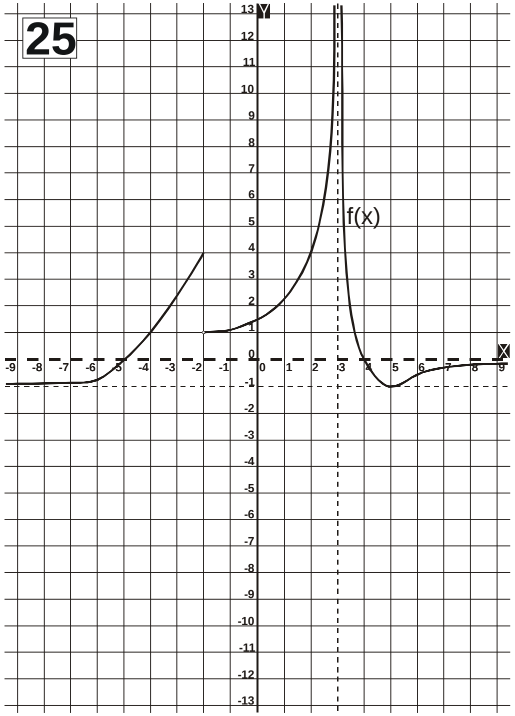

$$f(x)=\frac{x}{x^2-4}$$

**24**

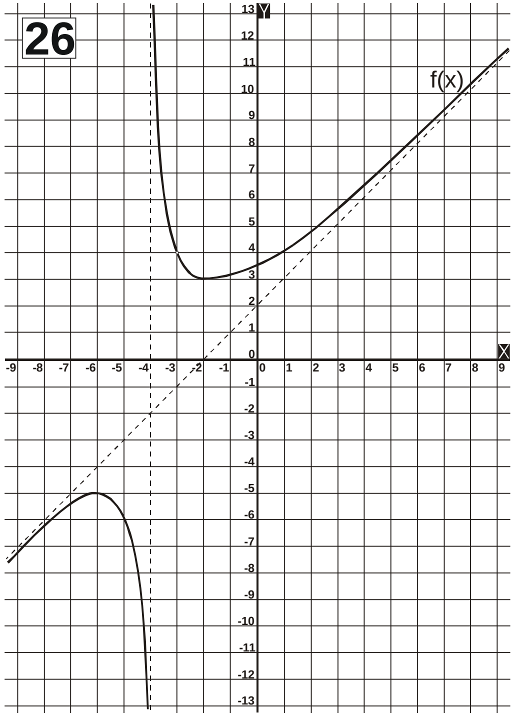



$$f(x)=\frac{-x^3}{(2x-4)^2}$$

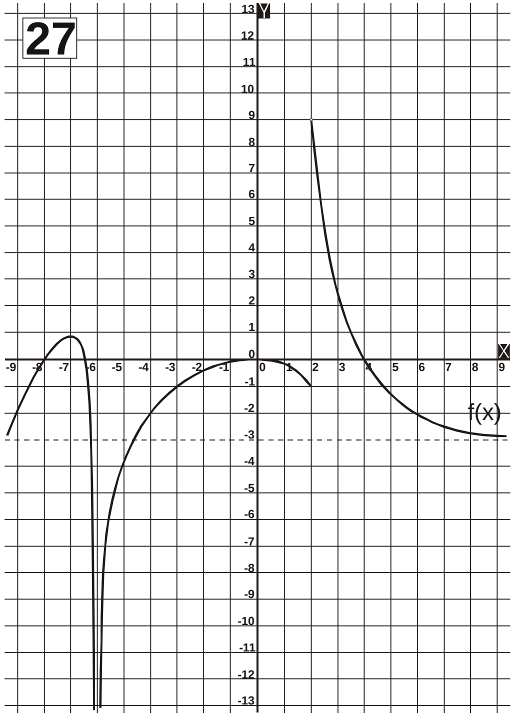
25



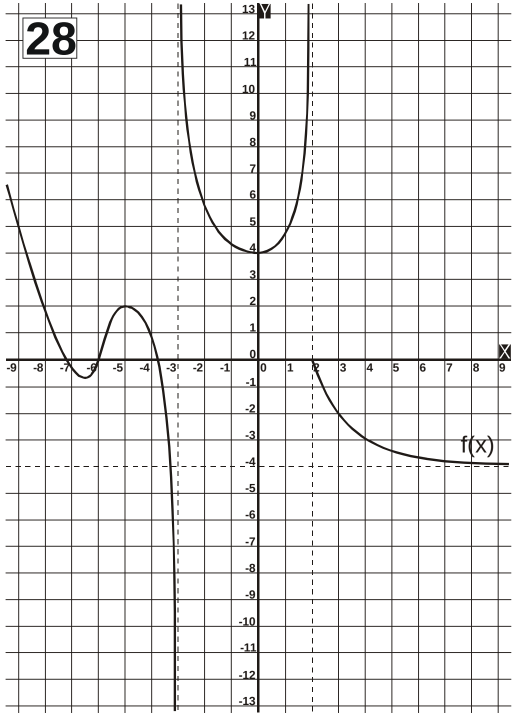

26



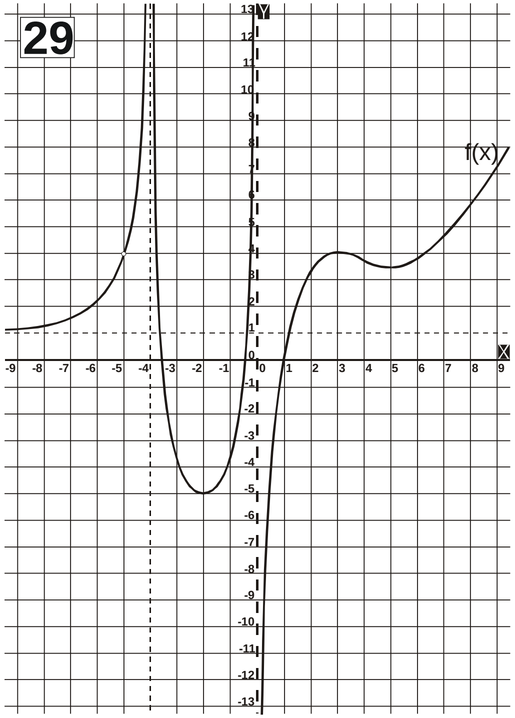

27



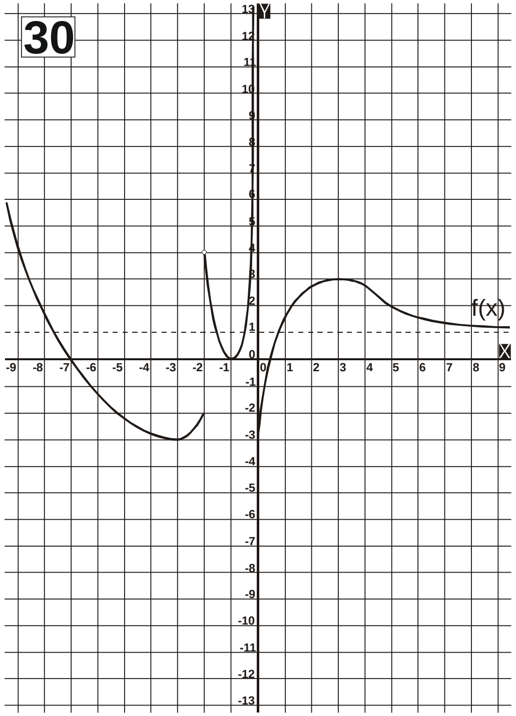

28



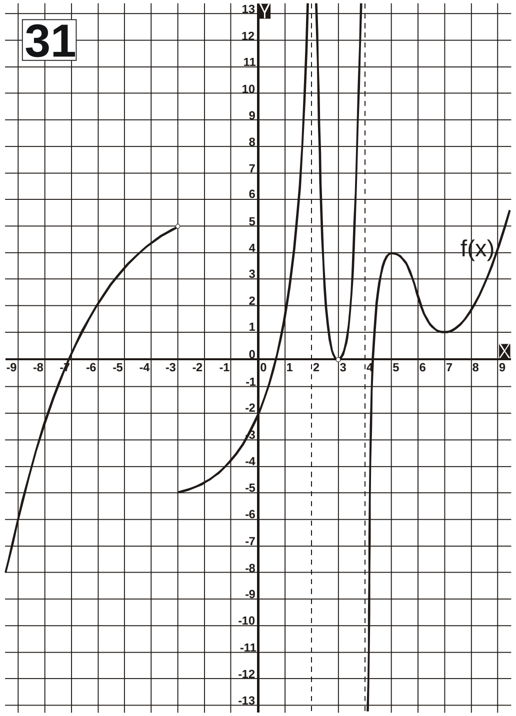

29



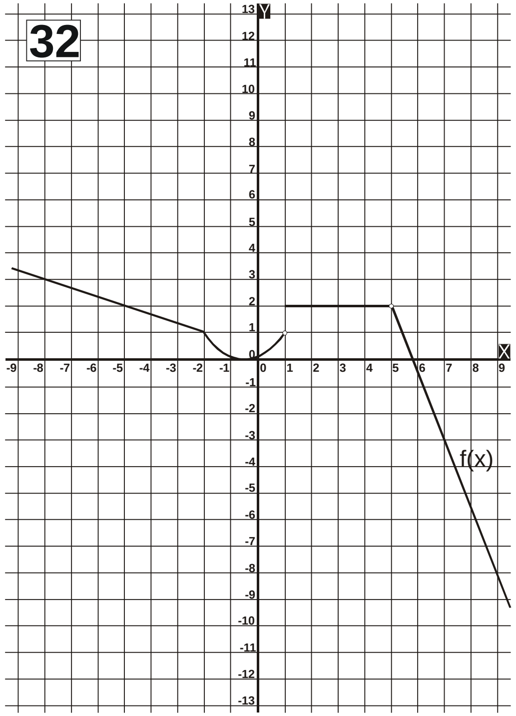

30




31




32



**FUNCIONES**

1. Determina el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

b) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 5$

c) $f(x) = \dfrac{x-3}{x}$

d) $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2 + x - 6}$

e) $f(x) = \sqrt{3x-6}$

f) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+2}$

g) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-3}{x}}$

h) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

i) $f(x) = \dfrac{5x-3}{2x^3 + x^2 - x}$

j) $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x - 10}$

k) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+5}{x-2}}$

l) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-9}{x+1}}$

m) $f(x) = \sqrt{-2x^2 + x - 30}$

n) $f(x) = \dfrac{2x+4}{x^3 + 4x^2 + 3x - 2}$

ñ) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x}$

2. Representa las siguientes funciones, calculando los puntos correspondientes a los valores indicados de x:

a) $f(x) = x^3 - 9x$ Valores de x: -100, -10, -5, -4, -3’5, -3’4, -3’2, ... , 3’2, 3’4, 3’5, 4, 5, 10, 100

b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ Valores de x: -100, -50, -10, -5, -4, ..., -1 , -0’9,-0’8, ... , -0’1, ¿0?, 0’1, 0’1, ..., 0’9, 1, 2, ... , 5, 10, 50, 100.

c) $f(x) = |x-3|$ Exprésala como una función definida a trozos o por intervalos y represéntala.

d) $f(x) = \sqrt{x}$ Valores de x: 0, 0’01, 0’1, 0’2, ... , 1, 2, 3, 4, 5, 10, 100

e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ Valores de x: -100, -10, -5, -4, -3, -2, -1, -0’8, -0’6, ... , 1, 2, 3, 4, 5, 10, 100

f) $f(x) = 2^x$, $g(x) = e^x$, $h(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ Valores de x: -100, -10, -5, -4, -3, -2, -1, -0’8, -0’6, ..., 1, 2, 3, 4, 5, 10, 100

g) $f(x) = \log_{10} x$, $g(x) = \ln x$, $h(x) = \log_{0'5} x$ Valores de x: 0’01, 0’1, 0’2, ... , 1, 2, e, 3, 10, 100

3. Sean las siguientes funciones: $f(x) = x+1$ $\quad g(x) = \dfrac{1}{x}$ $\quad h(x) = x^2$ $\quad i(x) = \sqrt{x}$ $\quad j(x) = 2x-1$

Se pide: a) $f + j$ c) $h \cdot j$ e) $\dfrac{h}{f}$ g) $g \circ f$ i) $h \circ f$ k) $f \circ f$ m) $g \circ h$ ñ) $i \circ i$

b) $f - h + j$ d) $h - g$ f) $\dfrac{f}{j} - g$ h) $f \circ h$ j) $i \circ g$ l) $j \circ i$ n) $g^h$ o) $g \circ i$

4. Sean las siguientes funciones: $f(x) = 2x$ $\quad g(x) = \dfrac{1}{x+1}$ $\quad h(x) = x^2$ $\quad i(x) = \sqrt{x-1}$

Se pide: a) $f \circ g$ c) $h \circ g$ e) $h \circ i$ g) $h \circ f$ i) $g \circ i \circ h$ k) $i \circ g$ m) $f \circ g + g \cdot h$

b) $g \circ f$ d) $g \circ h$ f) $i \circ h$ h) $i \circ i$ j) $g \circ h \circ f$ l) $f - g \circ h$ n) $f + h \circ i$

5. Sean las siguientes funciones: $f(x) = \ln x$ $\quad g(x) = \operatorname{sen} x$ $\quad h(x) = e^x$ $\quad i(x) = |x|$ $\quad j(x) = \operatorname{tg} x$

Se pide: a) $f \circ g$ c) $h \circ g$ e) $h \circ i$ g) $h \circ f$ i) $f \circ i$ k) $i \circ g$ m) $f \circ g + j \cdot h$

b) $g \circ f$ d) $g \circ h$ f) $f \circ h$ h) $i \circ f$ j) $j \circ f$ l) $f - g \circ j$ n) $f + h \circ j$

6. Expresa las siguientes funciones como composición de dos funciones f y g en el orden que corresponda:

a) $h(x) = \ln(\operatorname{sen} x)$ c) $h(x) = \operatorname{sen}(\sqrt{x})$ e) $h(x) = \sqrt{\ln x}$ g) $h(x) = \operatorname{arctg}(2x-3)$ i) $h(x) = |\operatorname{sen} x|$

b) $h(x) = \sqrt{x+3}$ d) $h(x) = \dfrac{1}{e^x}$ f) $h(x) = (x^2 + x - 1)^2$ h) $h(x) = e^{\cos x}$ j) $h(x) = \ln|x|$

7. Razona si son verdaderas o falsas las siguientes igualdades:

a) $\ln(e^3) = 3$ d) $e^{\ln 1} = 0$ g) $e^{\ln x} = x$ j) $\arcsin(\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}) = 1$

b) $\operatorname{sen}(\arccos\frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3}$ e) $\log_2\left(\frac{1}{2^5}\right) = 5$ h) $\sqrt{2^x} = x$ k) $e^{\ln\left(x^2\right)} = x^2$

c) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 30^\circ) = 30^\circ$ f) $\sqrt[3]{x^3} = 3$ i) $\ln(x) = e^x$ l) $\cos(\cos x) = \cos^2 x$

8. Halla las funciones inversas de las siguientes:

a) $f(x) = x+3$ b) $y = \frac{x+3}{x}$ c) $y = x^2$ d) $y = \frac{2x-5}{x-2}$ e) $y = \ln x - 2$ f) $y = \operatorname{tg}(x+5)$

9. Comprueba si las siguientes funciones son recíprocas o inversas por la composición:

a) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ b) $y = \operatorname{sen} x - 3$, $y = \arcsin(x-3)$ c) $f(x) = \sqrt{\ln x}$, $g(x) = e^{x^2}$

10. Estudia los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las gráficas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^4 - x^2 - 2$ c) $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ e) $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x-2}}$ f) $f(x) = \ln\left(x^2-3\right)$

b) $f(x) = \frac{x^2+3}{x}$ d) f) $f(x) = \sqrt{x+2}$ h) $f(x) = \ln^2(x) - 1$ g) $f(x) = e^{x^2-5x} - 1$

11. Estudia la simetría de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x$ b) $f(x) = x^2 + 1$ c) $f(x) = x^4 - x^2$ d) $f(x) = \frac{1}{x}$ e) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ f) $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$

12. Estudia el dominio, los puntos de corte con los ejes de coordenadas y los signos de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x \le -1 \\ x^2 & \text{si } -1 < x \le 2 \\ x^2 - 4 & \text{si } 2 < x \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \le 2 \\ \ln x - 3 & \text{si } 2 < x \end{cases}$

i) $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x+5} & \text{si } x < 5 \\ \sqrt{x^2-36} & \text{si } x \ge 5 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{e^x} & \text{si } x < -2 \\ e^{-x+5} - 1 & \text{si } 3 \le x \end{cases}$

f) $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$

j) $f(x) = \begin{cases} x^3+1 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^2-x}{x+2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \ln|x|$ g) $f(x) = \frac{1}{|x-2|}$ k) $f(x) = \sqrt{|x+7|}$

d) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$ h) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$ l) $f(x) = \ln\left(x^2+1\right)$

13. Estudia la periodicidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \operatorname{sen} x$ b) $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$ c) $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ d) $f(x) = \operatorname{tg}(3x)$

17. La gráfica 17 corresponde a la función $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 6}{x-3}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x \to -2$, $x \to 0$, $x \to 3$, $x \to -\infty$, $x \to +\infty$ y extrae conclusiones.

18. La gráfica 18 corresponde a la función $f(x)=\begin{cases} x+5 & \text{si} \quad x<-2 \\ x^2+x+1 & \text{si} \quad -2\le x\le 2 \\ 4 & \text{si} \quad 2<x \end{cases}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to -5$, $x\to -2$, $x\to 2$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

19. La gráfica 19 corresponde a la función $f(x)=\dfrac{2x^2+x}{x}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to 0$, $x\to 5$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

20. La gráfica 20 corresponde a la función $f(x)=\begin{cases} -x-4 & \text{si } x<-2 \\ x^3-4x & \text{si } -2\le x\le 2 \\ -x^2+6x-8 & \text{si } 2<x<5 \\ 2 & \text{si } x=5 \\ -\dfrac{x+1}{2} & \text{si } x>5 \end{cases}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to -2$, $x\to 2$, $x\to 5$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

21. La gráfica 21 corresponde a la función $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to 0$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

22. La gráfica 22 corresponde a la función $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x+1}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to -1$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

23. La gráfica 23 corresponde a la función $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$. Halla su dominio, completa las tablas correspondientes a $x\to -2$, $x\to 2$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones.

24. La gráfica 24 corresponde a la función $f(x)=\dfrac{-x^3}{(2x-4)^2}$. Halla su dominio, completa las tablas siguientes $x\to 2$, $x\to -\infty$, $x\to +\infty$ y extrae conclusiones:

25. En las funciones correspondientes a los números 25-32 estudia su dominio, sus límites en los puntos que proceda y con x tendiendo a $-\infty$ y a $+\infty$.

26. Da una interpretación gráfica posible a las siguientes situaciones:

a) $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=5$

b) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3} f(x)=5 \\ f(3)=4 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3} f(x)=5 \\ f(3)=5 \end{array}\right\}$

d) $\lim\limits_{x\to -4} f(x)=0$

f) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=5 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=-3 \\ f(2)=-3 \end{array}\right\}$

g) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -6} f(x)=4 \\ f(-6)\ \text{no existe} \end{array}\right\}$

h) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=5 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=-3 \end{array}\right\}$

i) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2$

k) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=3 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=0 \\ f(0)=7 \end{array}\right\}$

l) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -4^-} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to -4^+} f(x)=+\infty \end{array}\right\}$

m) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty \end{array}\right\}$

n) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=+\infty$

o) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=0 \\ \lim\limits_{x\to 5^+} f(x)=3 \\ f(5)\ \text{no existe} \end{array}\right\}$

p) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 6^-} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to 6^+} f(x)=-\infty \end{array}\right\}$

q) $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-4 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-4 \end{array}\right\}$

r) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-5$

e) $\lim_{x\to 2} f(x) = +\infty$ j) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$ ñ) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ s) $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x\to 2^+} f(x) = 3\end{array}\right\}$

27. Calcula los siguientes límites y haz una interpretación gráfica de los resultados:

a) $\lim_{x\to +\infty} (2x^3 - 3x^2 + 3)$ e) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{-4x-1}{5x^2+3} \right)$ i) $\lim_{x\to -\infty} \left( \frac{x^2+x-2}{x^3+1} \right)$

b) $\lim_{x\to +\infty} (-5x^3 + 4x^2 - x)$ f) $\lim_{x\to -\infty} (2x^3 - 4x^2 - 1)$ j) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{3x^2+5x-7}{-3x+6} \right)$

c) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{x^2-4x-1}{x+3} \right)$ g) $\lim_{x\to -\infty} \left( \frac{2x^3-x+1}{x^2+3} \right)$ k) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{3x^2+5x-7}{2x^2+6} \right)$

d) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{2x^2-4x-1}{3x^2+3} \right)$ h) $\lim_{x\to -\infty} \left( \frac{5x^3-x+3}{2x^3-x} \right)$ l) $\lim_{x\to -\infty} \left( \frac{x-3}{x^2+6} \right)$

28. Calcula los siguientes límites, calculando también los límites laterales si es necesario, y haz una interpretación gráfica de los resultados:

a) $\lim_{x\to 1} (4x^2 - 3x + 2)$ e) $\lim_{x\to -5} \left( \frac{x^3+5x^2}{x^3+8x^2+5x-50} \right)$ i) $\lim_{x\to 2} \left( \frac{x^2-4}{x^2+x+3} \right)$ m) $\lim_{x\to 1} \left( \frac{x}{x^2-2x+1} \right)$

b) $\lim_{x\to 2} \left( \frac{x^2-2x+3}{2x-1} \right)$ f) $\lim_{x\to 0} \left( \frac{2x+1}{x^3+x^2} \right)$ j) $\lim_{x\to -2} \left( \frac{x^2+2x}{x^2+3x+2} \right)$ n) $\lim_{x\to 0} \left( \frac{x^3-4x^2+4x}{x^3+x^2-6x} \right)$

c) $\lim_{x\to 3} \left( \frac{x+1}{2x-6} \right)$ g) $\lim_{x\to 1} \left( \frac{x^2-4x+3}{2x^2-x-1} \right)$ k) $\lim_{x\to 3} \left( \frac{x^2-3x}{2x^2-5x-3} \right)$ ñ) $\lim_{x\to -1} \left( \frac{x^2+2x+1}{x^2+x} \right)$

d) $\lim_{x\to -1} \left( \frac{2x+1}{x^3+x^2} \right)$ h) $\lim_{x\to -1} \left( \frac{x^2+4x+3}{2x^2+x-1} \right)$ l) $\lim_{x\to 4} \left( \frac{x^2-4x}{x^2-3x-4} \right)$ o) $\lim_{x\to 0} \left( \frac{x^2}{x^2+3x} \right)$

29. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to +\infty} \left( e^x \right)$ f) $\lim_{x\to -\infty} \left( e^x \right)$ k) $\lim_{x\to -\infty} \left( e^{x^2+3x-1} \right)$ o) $\lim_{x\to -\infty} \left( \ln|x| \right)$ t) $\lim_{x\to 2^-} \left( 3^{\frac{x^2-3}{x^2-4}} \right)$

b) $\lim_{x\to 0^+} \left( 2^x \right)$ g) $\lim_{x\to 0^+} \left( \frac{1}{\ln x} \right)$ l) $\lim_{x\to 0^+} \left( e^{\frac{1}{x}} \right)$ p) $\lim_{x\to 0^+} \left( \ln\left( \frac{1}{x} \right) \right)$ u) $\lim_{x\to 2} \left( 3^{\frac{x^2-3}{x^2-4}} \right)$

c) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{1}{\ln x} \right)$ h) $\lim_{x\to 0^+} \left( \left| \frac{1}{\ln x} \right| \right)$ m) $\lim_{x\to 0^-} \left( e^{\frac{1}{x}} \right)$ q) $\lim_{x\to +\infty} \left( e^{\frac{3x-1}{x-1}} \right)$ v) $\lim_{x\to +\infty} \left( \left( \frac{3}{5} \right)^{\frac{-x^2-1}{3x+3}} \right)$

d) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{3}{2} \right)^x$ i) $\lim_{x\to +\infty} \left( e^{-x^2+3x-1} \right)$ n) $\lim_{x\to 0} \left( e^{\frac{1}{x}} \right)$ r) $\lim_{x\to 0^-} \left( \ln\left( \frac{1}{x^2} \right) \right)$ x) $\lim_{x\to -\infty} \left( \frac{5}{3} \right)^x$

e) $\lim_{x\to +\infty} \left( \frac{2}{3} \right)^x$ j) $\lim_{x\to 3^-} \left( \left| \ln(3-x) \right| \right)$ ñ) $\lim_{x\to +\infty} \left( \left| -x^2+x-5 \right| \right)$ s) $\lim_{x\to 2^+} \left( 3^{\frac{x^2-3}{x^2-4}} \right)$ y) $\lim_{x\to 0^-} \left( \ln|x| \right)$

30. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x^2+x-1}{x+1}\cdot\dfrac{5x-7}{x^2+3}\right)$

b) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2-1}-\dfrac{x+3}{x-1}\right)$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{2x+3}-\dfrac{5x^2-x}{x+2}\right)$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{3x^2-x+5}{2x^2+9x}\right)^{\frac{x^2-3}{x^2-4}}$

e) $\lim\limits_{x\to2}\left(\dfrac{x^2-2x}{x-2}\right)^{\frac{-x^2-3x}{5x^2-4x-2}}$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+x}{x+3}:\dfrac{5x^3-2x}{3x+1}\right)$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2-x+1}{2x^3+x}\right)^{\frac{x^2+9x}{x-1}}$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x}-\dfrac{x^2}{x+4}\right)^{\frac{x+8}{2x-1}}$

i) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{x^2+x+3}{x^2-2x+1}\right)^{\frac{x+8}{x+1}}$

31. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)=$

b) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2x+5}{2x-3}\right)^{x+1}=$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(3x-\sqrt{9x^2+2x}\right)=$

d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+5x}{x^2-x-3}\right)^{\frac{x^2+x}{2x-3}}=$

e) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{3x^2}-\sqrt{9x^2+2x}\right)=$

f) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{3x^2-1}{2x+x}}=$

g) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+1}-\sqrt{x^2+2}\right)=$

h) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3}{x^3+1}\right)^{x^2}=$

i) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+2x-5}-2x\right)=$

32. En las funciones correspondientes a los números 17-32 estudia su continuidad.

33. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x+3}{x-1}$

b) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-4}$

c) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-6x+9}$

d) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^3+x^2}$

f) $f(x)=\begin{cases}3-x & \text{si } x\le 0\\ x^2+1 & \text{si } 0<x\le 2\\ x+3 & \text{si } 2<x\end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases}1-x & \text{si } x<0\\ 5 & \text{si } x=0\\ 2x^3+1 & \text{si } 0<x\end{cases}$

h) $f(x)=\begin{cases}x^2-2 & \text{si } x\le -3\\ \dfrac{4}{x+3} & \text{si } -3<x<1\\ 2x-1 & \text{si } 1\le x\end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases}\operatorname{sen}x-1 & \text{si } x<\dfrac{\pi}{2}\\ \cos x+1 & \text{si } \dfrac{\pi}{2}\le x<\pi\\ \operatorname{sen}x & \text{si } x\ge\pi\end{cases}$

k) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-3} & \text{si } x<2\\ \dfrac{x-5}{3} & \text{si } 2\le x<4\\ x-3 & \text{si } x\ge 4\end{cases}$

l) $f(x)=\begin{cases}e^x & \text{si } x\le 0\\ \ln x & \text{si } 0<x\end{cases}$

m) $f(x)=\dfrac{2x^3+11x^2+12x-9}{x^2+x-6}$

n) $f(x)=\ln|x|$

e) $f(x)=\dfrac{x-1}{x^3-5x^2+3x+9}$ j) $f(x)=\begin{cases} x+2e^x & \text{si } x\le 0 \\ \sqrt{2-x} & \text{si } 0<x<1 \end{cases}$ ñ) $f(x)=\begin{cases} 1+\dfrac{1}{4(x-2)} & \text{si } x<1 \\ \dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}} & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$

34. En las funciones correspondientes a los números 17-32, estudia sus asíntotas.

35. Estudia las asíntotas de las funciones de los apartados a), b), c), d), g), j) y k) del ejercicio 32.

36. Estudia la continuidad y las asíntotas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{e^x}$ c) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2-x}{x-5} & \text{si } x<e \\ \ln x & \text{si } e\le x \end{cases}$ e) $f(x)=\begin{cases} e^{x^2} & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{1}{\ln x} & \text{si } x>0 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} e^x & \text{si } x\le 1 \\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si } 1<x \end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{x} & \text{si } x<-1 \\ \sqrt{1+x} & \text{si } x\ge -1 \end{cases}$ f) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x-2} & \text{si } x<2 \\ 3 & \text{si } x=2 \\ \ln(x-2) & \text{si } 2<x \end{cases}$

37. Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{ax+1}{2x-3} & \text{si } x<1 \\ x+2 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$, calcula “a” para que $f(x)$ sea continua en $x=1$.

38. Dada la función $f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si } x<-1 \\ ax-b & \text{si } -1\le x<2 \\ 2x-1 & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$, calcula “a” y “b” para que $f(x)$ sea continua en todo **R**.

39. Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-2}{x} & \text{si } x<-1 \\ ax^2 & \text{si } -1\le x\le 1 \\ x^2+b & \text{si } x>1 \end{cases}$, calcula “a” y “b” para que $f(x)$ sea continua en todo **R**.

40. Dada la función $f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & \text{si } x\le -2 \\ a & \text{si } -2<x\le 2 \\ x & \text{si } x>2 \end{cases}$, Calcula “a” para que $f(x)$ sea continua en $x=-2$.

41. Dada la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2}{x-2} & \text{si } x<0 \\ ax+b & \text{si } 0\le x\le 3 \\ \dfrac{1}{x-1} & \text{si } x>3 \end{cases}$, halla “a” y “b” para que f(x) sea continua.

42. Dada la función $f(x)=\begin{cases} 2x+3a & \text{si } x<0 \\ bx^2+3 & \text{si } 0\le x<3 \\ x^2-9 & \text{si } x\ge 3 \end{cases}$ Calcula “a” y “b” para que $f(x)$ sea continua en todo R.

43. Dada la función $f(x)=\begin{cases} x+2e^{-x} & \text{si } x\le 0 \\ \sqrt{b-x} & \text{si } 0<x<1 \end{cases}$ Calcula “b” para que $f(x)$ sea continua en $x=0$.

44. Estudia las siguientes funciones y haz una aproximación de su gráfica:

a) $f(x)=\dfrac{x-1}{x}$

b) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x+3}$

c) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-1}$

d) $f(x)=\begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si } x\le 1 \\ \dfrac{x-1}{x^2} & \text{si } x>1 \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+1}{x-2} & \text{si } x<3 \\ 2x-1 & \text{si } 3\le x \end{cases}$

f) $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$

## DERIVADAS

1º.- Aplicando la definición de derivada de una función en un punto, halla $f'(3)$ siendo $f(x)=2x$

2º.- Aplicando la definición de derivada de una función en un punto, halla $f'(-2)$ siendo $f(x)=x^2+3x$

3º.- Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=x^2-1$ en su punto de abscisa $x=1$.

4º.- Deriva las siguientes funciones:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $f(x)=x^3$ | g) $f(x)=-3\ln x$ | m) $f(x)=2\,\text{sen}x-4\,\text{tg}x$ | r) $f(x)=8x^3-4\sqrt[3]{x}$ |
| b) $f(x)=x^2+x$ | h) $f(x)=-\cos x$ | n) $y=\frac{1}{2}x^3-4\ln x+7$ | s) $f(x)=6\log_3 x$ |
| c) $y=5x$ | i) $f(x)=7\sqrt{x}$ | ñ) $f(x)=3e^x-2\sqrt{x}$ | t) $y=5x^2-3\,\text{arctg}x+2$ |
| d) $f(x)=4x^2$ | j) $f(x)=x^3+x^2-x+5$ | o) $f(x)=5\,\text{arcsen}x+3\cos x$ | u) $y=4\sqrt{x}+2\ln x+x$ |
| e) $y=3\,\text{sen}x$ | k) $y=2^x$ | p) $f(x)=\frac{\text{tg}x}{3}+\frac{5}{2}\ln x$ | v) $y=\sqrt[4]{x}-5\log_2 x$ |
| f) $y=\frac{7}{4}e^x$ | l) $f(x)=\frac{x^3}{2}$ | q) $y=\frac{2\arccos x}{3}$ | x) $y=\frac{e^x}{3}-\frac{2}{5}\text{sen}x-\frac{3}{4}$ |

5º.- Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=\text{sen}x$ en sus puntos de abscisas

a) $x=\frac{\pi}{3}$ y b) $x=\frac{\pi}{2}$.

6º.- Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=\ln x$ en sus puntos de abscisas

a) $x=e$ b) $x=1$ y c) $x=\sqrt{2}$.

7º.- Deriva las siguientes funciones:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$ | h) $f(x)=\frac{e^x}{\arccos x}$ | ñ) $f(x)=\frac{3x^2-x}{2x^2-1}$ | u) $f(x)=\frac{e^x\cdot(x^3-2x)}{x-1}$ |
| b) $f(x)=x\cdot\text{sen}x$ | i) $f(x)=\frac{x}{\cos x}$ | o) $f(x)=\frac{x-e^x}{\text{sen}x}$ | v) $f(x)=\frac{\text{arcsen}x}{\ln x}-4x^5$ |
| c) $f(x)=x^2-\text{arcsen}x$ | j) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{\ln x}$ | p) $f(x)=3\,\text{tg}x-e^x\cdot\ln x$ | x) $f(x)=5^x\cdot\left(x^2-3e^x\right)$ |
| d) $f(x)=\sqrt{x}\cdot\ln x$ | k) $f(x)=\frac{\cos x}{e^x}$ | q) $f(x)=\frac{x^3-3}{x}-\text{sen}x\cdot\cos x$ | y) $f(x)=\frac{\text{sen}x\cdot\arccos x}{3\,\text{arctg}x}$ |
| e) $f(x)=3^x\cdot\cos x$ | l) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$ | r) $f(x)=\frac{x-\cos x}{x-e^x}$ | z) $f(x)=3x^2-3^x\cdot e^x$ |
| f) $f(x)=6x^4-\text{arctg}x$ | m) $f(x)=\frac{x^2-4x}{2x+1}$ | s) $f(x)=\frac{x^3-5x^2-x}{3x^2-2}$ | aa) $f(x)=\frac{\sqrt{x}-\ln x}{x^2-2x}$ |
| g) $f(x)=\text{sen}x\cdot\text{tg}x$ | n) $f(x)=\text{sen}x+x^2\cdot\ln x$ | t) $f(x)=\sqrt{x}-\frac{1}{\text{sen}x}$ | ab) $f(x)=\text{tg}x\cdot\sqrt{x}-4\cos x$ |

8º.- Deriva las siguientes funciones:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) $f(x)=e^x\cdot(x+\text{tg}x)$ | f) $f(x)=\frac{\ln x-\sqrt{x}}{x}$ | k) $f(x)=\frac{3\cos x}{x^2-2^x}$ | o) $f(x)=\frac{\text{sen}x-x}{\ln x}$ |
| b) $f(x)=\sqrt{x}\cdot\text{cox}+\ln x$ | g) $f(x)=\frac{x\cdot e^x}{5x-3}$ | l) $f(x)=5\cos x-e^x\cdot\ln x$ | p) $f(x)=\frac{\text{sen}x}{\cos x}$ |
| c) $f(x)=\sqrt[3]{x}+x\cdot e^x$ | h) $f(x)=\frac{2x^2-3x+1}{x^2-2x}$ | m) $f(x)=2x^3-\frac{x^2-x}{x+2}$ | q) $f(x)=(x^3-x^2)\cdot e^x$ |
| d) $f(x)=\frac{\text{sen}x-\text{arctg}x}{\text{arcsen}x+\cos x}$ | i) $f(x)=(\cos x-e^x)\cdot\sqrt{x}$ | n) $f(x)=\ln x-x^2\cdot\text{sen}x$ | r) $f(x)=3^x\cdot(x-\ln x)$ |

e) $f(x)=\frac{tgx}{x^2+3x}$ j) $f(x)=5\,senx-\frac{\arccos x}{3}$ ñ) $f(x)=\frac{\sqrt{x}\cdot\ln x}{2^x}$ s) $f(x)=-2x-x^2\cdot e^x$

9º.- Deriva las siguientes funciones aplicando la regla de la cadena:

a) $f(x)=sen(x^2)$ e) $f(x)=-e^{\arccos x}$ i) $f(x)=\ln(x^2+x)$ m) $f(x)=-6\sqrt{senx}$

b) $f(x)=\sqrt{e^x}$ f) $f(x)=\cos(\sqrt{x})$ j) $f(x)=(arcsenx)^2$ n) $f(x)=tg(2x^3)$

c) $f(x)=\ln(7x)$ g) $f(x)=(x^2-3x)^2$ k) $f(x)=5\,sen^3x$ ñ) $f(x)=-4(senx-\cos x)^5$

d) $f(x)=(3x-1)^3$ h) $f(x)=e^{x^2-3x+1}$ l) $f(x)=\cos^2 x$ o) $f(x)=8\,sen(x^2-x)$

10º.- Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x)=\ln(x^2)+\sqrt{2x}$ f) $f(x)=(3x^2+2x)^4\cdot e^{senx}$ k) $f(x)=\frac{\cos(3x^2)}{sen(e^x)}$ o) $f(x)=\frac{2arcsenx}{\ln(5x)}$

b) $f(x)=sen(x^2)+sen^2x$ g) $f(x)=\ln(x^2)\cdot sen^2x$ l) $f(x)=\frac{\sqrt{3x-5}}{\ln(tgx)}$ p) $f(x)=\frac{(3x-2)^3}{2x-1}$

c) $f(x)=(x^2+1)^3-\cos(e^x)$ h) $f(x)=tg(x^2-5x+3)\cdot\sqrt{arcsenx}$ m) $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x-tg(e^x)}$ q) $f(x)=\frac{sen(\sqrt[3]{x})}{e^{senx}}$

d) $f(x)=-4\,tg(\sqrt{x})$ i) $f(x)=x\cdot\ln(senx)-\sqrt{5x}\cdot\cos x$ n) $f(x)=\frac{(2x^2-3x)^3}{e^{3x-2}}$ r) $f(x)=\frac{\cos^2 x}{tg(\ln x)}$

e) $f(x)=x\cdot\ln(arcsenx)$ j) $f(x)=arctg(x^2+6x)\cdot\sqrt{\ln x}$ ñ) $f(x)=\frac{3\sqrt{\arccos x}}{\ln x}$ s) $f(x)=\frac{(2x^2-5x)^2}{\sqrt{x^2-1}}$

11º.- Deriva las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{\cos(\ln x)}{3x-5}$ i) $f(x)=(x-arcsenx)^2$ p) $f(x)=\sqrt{sen(\ln x)}$

b) $f(x)=[senx-\ln(tgx)]\cdot e^{x^2-3x}$ j) $f(x)=(x^2-5x+1)^2-5^{arcsenx}$ q) $f(x)=\frac{e^{senx}-x^3}{\ln(\cos x)}$

c) $f(x)=3^{\ln x}\cdot sen(\cos x)$ k) $f(x)=\sqrt{\ln(2x-7)}$ r) $f(x)=e^{tgx}\cdot 2^{senx}-\cos(e^{3x})$

d) $f(x)=[x^3-\cos(\ln x)]^3$ l) $f(x)=sen(\sqrt{\cos x})$ s) $f(x)=3\ln(\sqrt{\cos x})$

e) $f(x)=\sqrt{x^2+3x}-\cos(e^x)$ m) $f(x)=\sqrt{\cos x}\cdot tg(x^2)$ t) $f(x)=\left[\ln(senx)-\sqrt{x^3-x}\right]^3$

f) $f(x)=(arcsenx-\arccos x)^4$ n) $f(x)=3\ln(x^3-5x^2-1)$ u) $f(x)=\frac{2sen(x^2)-e^x}{e^x-\sqrt{x^2-1}}$

g) $f(x)=x^3\cdot\ln(\sqrt{x})$ ñ) $f(x)=\frac{\sqrt{3^x}}{5\ln x}$ v) $f(x)=\left[x^3-(2x^2-5x)^2\right]^2$

h) $f(x)=e^{-x}\cdot sen(5x)$ o) $f(x)=(\ln x-e^x)^2$ x) $f(x)=\ln^2(senx)\cdot e^{3\cos x}$

12º.- Deriva las siguientes funciones simplificando la función derivada todo lo posible:

a) $f(x)=\frac{2x-1}{x}$ c) $f(x)=\frac{2x^2-3x+5}{x^2-2x}$ e) $f(x)=\frac{x+1}{(x-1)^2}$

b) $f(x)=\frac{x^2-x+3}{x^2-2}$ d) $f(x)=\frac{3x^2-x-2}{x^2}$ f) $f(x)=\frac{x^2+x-3}{(x^2-2x)^2}$

13º.- Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=e^{\cos x}$ en su punto de abscisa $x=\frac{\pi}{2}$.

14º.- Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva $y=\sqrt{\ln x}$ en su punto de abscisa $x=e$.