30/06/2017	**Instituto Español Nuestra Señora del Pilar**	
JEF20170530	**ORIENTACIONES Y TAREAS** **EVALUACIÓN EXTRAORDINARIA DE SEPTIEMBRE**	
Página 1 de **1**		

2018/2019	Curso escolar	**1BAC A**	Curso y grupo
MATEMÁTICAS 1º BACHILLERATO CIENCIAS SOCIALES			MATERIA NO SUPERADA

1.- TAREAS OBLIGATORIAS

Ninguna

2.- TAREAS RECOMENDADAS

Las actividades relacionadas en el archivo adjunto. Además es conveniente repasar las actividades realizadas durante el curso.

Los contenidos a repasar corresponden a:

1.- Números reales
2.- Matemática financiera.
3.- Polinomios
4.- Ecuaciones y sistemas de ecuaciones
5.- Funciones reales de variable real
6.- Límites de funciones. Continuidad
7.- Derivada de una función
8.- Estudio y representación de funciones
9.- Probabilidad
10.- Distribución binomial.

3.- ORIENTACIONES PARA LA PRUEBA

El trabajo que el alumno debe hacer durante el verano es el estudio de los contenidos dados durante el curso y la realización de los ejercicios realizados en clase, que corresponden a los contenidos referidos.
La referencia para el trabajo de verano debe ser, en primer lugar, los apuntes de clase y el libro de texto y, en segundo lugar, el trabajo propuesto en el documento adjunto..
El trabajo deberá ir encaminado a la comprensión y aprendizaje de los contenidos y al desarrollo de capacidades que permitan la comprensión de las situaciones prácticas diversas que se puedan presentar y la consecuente aplicación de estrategias, planteamientos y procedimientos que las resuelvan.
Este trabajo no se tendrá que entregar para la realización de la prueba de septiembre y no será evaluable. La calificación de septiembre será la que se obtenga en la prueba que se realice con motivo de dicha convocatoria extraordinaria.

4.- ESTRUCTURA DE LA PRUEBA
Preguntas similares a los ejercicios contenidos en las tareas recomendadas así como en las pruebas realizadas durante el curso.

5.- CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

La calificación de septiembre será la que se obtenga en la prueba que se realice con motivo de dicha convocatoria extraordinaria.

NÚMEROS ENTEROS Y RACIONALES

1. Realiza las siguientes operaciones con números enteros.

a) $(3+4\cdot(1-4)):(1-2)^5=$

b) $(3-5)\cdot(4-5\cdot(3+2))+2^5-5^2=$

c) $9+7\cdot2(-5+4)(3-5)^2-4-(-3-7)\cdot(-5)=$

d) $[(-2)^3-((4-5)\cdot(3-2))]:7-8:2^3+4\cdot(1-3\cdot7)=$

2. Representa sobre la recta real.

a) $\frac{1}{7}$ **b)** $-\frac{5}{4}$ **c)** $\frac{13}{4}$ **d)** $-\frac{35}{6}$

3. Realiza las siguientes operaciones con números racionales.

a) $\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{6}\right)^2:\frac{2}{9}=\frac{1}{9}:\frac{2}{9}=$

b) $$\frac{1-\frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)}{2}}{1+\frac{\left(1+\frac{1}{2}\right)}{2}}:\frac{\frac{2}{3}:\frac{5}{7}}{1-\frac{4}{5}}=$$

c) $\frac{1}{2}\cdot\left(3-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{7}{3}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\cdot\left(-3+\frac{1}{2}\right)=$

4. Clasifica los siguientes números racionales según sea su expresión decimal:

$$0,\widehat{4565};\quad 5,05;\quad 3,12\hat{5};\quad \frac{37}{3};\quad \frac{7}{105};\quad \frac{12}{25}$$

Exacta	Periódica Pura	Periódica Mixta

5. Efectúa las siguientes operaciones expresando el resultado en forma de fracción y en forma decimal:

a) $0,1\hat{6}+0,4$ **b)** $1,0\hat{6}+5,\hat{3}$

ESTUDIO DE LOS NÚMEROS REALES

1. Representa sobre la recta real.

a) $\sqrt{2}$ **b)** $\sqrt{6}$ **c)** $\sqrt{20}$

2. Indica si estos números son racionales o irracionales: $\sqrt{6}$; $2,234901$; $5,0\overline{4}$; π ; -5

Racionales: Irracionales:

3. Indica el valor que debe tomar *x* para que se cumplan las siguientes igualdades:

a) $|x|=7$

b) $|x-5|=3$

c) $|3-2x|=7$

d) $|5x-8|=-5$

4. Calcula el error absoluto y el error relativo si aproximamos $\frac{2}{3}$ al valor $0,6.$

5. Encuentra un valor que aproxime con un error inferior a una centésima a $\sqrt{6}.$

6. Expresa los siguientes números en notación científica y ordénalos de menor a mayor:

a) $345\,000\,000\,000=$

b) $2403,02\cdot10^{8}$

c) $0,0\,000\,000\,056=$

d) $978\cdot10^{-11}=$

e) $34,5\cdot10^{11}$

f) $0,0056\cdot10^{-5}$

7. Efectúa las siguientes operaciones, y expresa el resultado en notación científica con tres cifras significativas:

a) $(4,82\cdot10^{7})\cdot(1,5\cdot10^{12})=$

b) $(4,82\cdot10^{-7})\cdot(1,5\cdot10^{21})=$

c) $(4,82\cdot10^{-12})\cdot(1,5\cdot10^{-8})=$

d) $\dfrac{6,072\cdot10^{12}}{2,53\cdot10^{-8}}=$

e) $\dfrac{6,072\cdot10^{-20}}{2,53\cdot10^{-46}}=$

f) $\dfrac{6,072\cdot10^{-23}}{2,53\cdot10^{12}}=$

POTENCIAS DE NÚMEROS REALES

1. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $x^5 \cdot x^{-3} \cdot x^{-9} =$

b) $\dfrac{a^{-8} \cdot a^{-10}}{a^9} =$

c) $2^3 \cdot \left(2^{-4}\right)^3 =$

d) $\dfrac{8^5 \cdot 2^{11}}{\left(4^{-3}\right)^3} =$

2. Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con potencias:

a) $\dfrac{\left(x^2\right)^4 x^6}{\left(x^3 x^2\right)^2} =$

b) $\left(\dfrac{2^3 \cdot 2^4 \cdot 64}{8^{-3} \cdot 2^{12}}\right)^3 =$

c) $\dfrac{3^4 x^4 (27)^{-2}}{x^{-3} \cdot x^6 \cdot 3^{-5}} =$

d) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{(2)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10}} =$

e) $\dfrac{\left(2x^2\right)^2}{y^4} : \dfrac{2y^3}{5x^4} =$

f) $\left(\dfrac{5^{\frac{2}{3}} \cdot 25}{5^{-\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{12}{11}} =$

g) $\dfrac{x^4 \cdot 2^3 \cdot 18 \cdot 5^3 \cdot x^{-3}}{x^6 \cdot 15 \cdot x^{-7} \cdot 12^6 \cdot 25} =$

h) $\dfrac{\left(8x^4\right)^3}{\left(x^{-7} \cdot 2^6\right)^3 \cdot 16^{-3}} =$

3. Realiza las siguientes operaciones mediante potencias. Vuelve a expresar la solución en forma de radical:

a) $\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[6]{2^7} =$

b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{25} =$

c) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[6]{1024} =$

d) $\dfrac{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^4}}{\sqrt[3]{x^4}} =$

RADICALES

1. Completa la siguiente tabla:

Radical	$\sqrt[3]{2}$			$\sqrt{x}$		$\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$
Potencia		$25^{\frac{3}{4}}$	$3^{-\frac{1}{5}}$		$16^{\frac{3}{4}}$	

2. Simplifica, sacando de la raíz todos los factores que puedas:

a) $\sqrt{8}=$

b) $\sqrt[3]{16}=$

c) $\sqrt[5]{2^{11}}=$

d) $\sqrt[10]{x^{14}}=$

e) $\sqrt[3]{x^{25}}=$

f) $\sqrt[3]{x^{15}}=$

g) $\sqrt[3]{81}=$

h) $\sqrt[5]{128}=$

i) $\sqrt{1024}=$

3. Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt{a^3 \cdot 27}=$

b) $\sqrt[3]{648}=$

c) $\sqrt[3]{3^6 \cdot 2^{11}}=$

d) $\sqrt[5]{y^{15} x^{10}}=$

e) $\sqrt[3]{(8x)^5}=$

f) $\sqrt[5]{-64x^6}=$

g) $\sqrt[3]{\dfrac{81}{x^5}}=$

h) $\sqrt[5]{\dfrac{1}{64}}=$

i) $\sqrt{8x+8}=$

j) $\sqrt{25x^2+25x^3}=$

4. Reduce a índice común los siguientes radicales:

a) $\sqrt[6]{a^3},\ \sqrt[3]{a^2},\ \sqrt{a^3}$

b) $\sqrt{a},\ \sqrt[3]{a},\ \sqrt[5]{a}$

c) $\sqrt[5]{a},\ \sqrt{b^5},\ \sqrt{c^3}$

d) $\sqrt{8},\ \sqrt[10]{2},\ \sqrt[5]{16}$

LOGARITMOS

1. Calcula los siguientes logaritmos a partir de su definición:

a) $\log_4 16=$

b) $\log 0,001=$

c) $\log_3 1=$

d) $\log \sqrt{0,01}=$

e) $\log_2 \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{2}}=$

f) $\log_5 \dfrac{\sqrt{125}}{5 \cdot \sqrt[3]{5}}=$

2. Si $\log 2 \approx 0,301$ calcula una aproximación de los siguientes logaritmos:

a) $\log 16=$

d) $\log \sqrt[4]{0,2}=$

b) $\log \frac{1}{4} =$

e) $\log \sqrt[5]{\frac{1}{2}} =$

c) $\log \sqrt[3]{32} =$

f) $\log 400 =$

3. Expresa como un solo logaritmo las siguientes expresiones:

a) $5\log_2 A + 3\log_2 B =$

b) $\frac{1}{2}\ln A + 2\ln B - 3\ln C =$

c) $\frac{1}{2}\log A - \frac{3}{2}\log B =$

4. Halla el valor de *x*, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 15$

b) $\log x + 2\log 2 = 2\log 3 + \log 12$

OPERACIONES CON RADICALES

1. Efectúa las operaciones y simplifica:

a) $\sqrt[3]{3^8} \cdot \sqrt[3]{3^{-5}} =$

b) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{24} =$

c) $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[3]{(2x)^3} \cdot \sqrt[3]{2x^4} =$

d) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2^{-4}}} =$

e) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{48}} =$

f) $\sqrt[3]{2^5} \cdot 2^{-\frac{2}{3}}$

g) $\sqrt[3]{\sqrt{3^5}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}}$

h) $\sqrt{2^5} \cdot \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2} =$

i) $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x} \cdot x^2} =$

j) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{125}}{3}}$

2. Calcula y simplifica:

a) $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$

b) $3 \cdot \sqrt{75} - 5 \cdot \sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27} =$

c) $3 \cdot \sqrt{32x^3} + \sqrt{50x} - \sqrt{200x^3} - 2\sqrt{8x} =$

d) $\sqrt[3]{\frac{16}{375}} + \sqrt{\frac{100x}{3}} + \sqrt[3]{\frac{128}{81}} + \sqrt{\frac{4x}{27}} =$

3. Racionaliza las siguientes expresiones:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}=$ **b)** $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=$ **c)** $\frac{2}{\sqrt[3]{5^2}}=$

d) $\frac{5}{3\sqrt{3}-\sqrt{2}}=$ **e)** $\frac{-3}{5-4\sqrt{2}}=$

Simplifica, utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{3^6 \cdot 2^5 \cdot 5^2}{9^3 \cdot 4^3 \cdot 5}$ b) $\frac{3^4 \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{5^{-1} \cdot 3^5}$

c) $\frac{15^2 \cdot 8^{-1}}{6^3 \cdot 10^2}$ d) $\frac{a^{-3}\, b^{-4}\, c^7}{a^{-5}\, b^2\, c^{-1}}$

Expresa los siguientes radicales mediante potencias de exponente fraccionario y simplifica:

a) $\sqrt[5]{a^2} \cdot \sqrt{a}$ b) $\frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$ c) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$

Calcula utilizando potencias de base 2, 3 y 5:

a) $4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^3$ b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} \cdot \frac{1}{8}$

c) $\frac{(-5)^3\,(-8)^3\,(-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$ d) $\frac{(-30)^{-1} \cdot 15^2}{10^3}$

Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[3]{24}$ b) $\sqrt[6]{27}$ c) $\sqrt[3]{-108}$

d) $\sqrt[12]{64y^3}$ e) $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$ f) $\sqrt[8]{625} : \sqrt[4]{25}$

Realiza la operación y simplifica, si es posible:

a) $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$ b) $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$ c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}$

d) $(\sqrt[3]{12})^2$ e) $(\sqrt[6]{32})^3$ f) $\sqrt[3]{24} : \sqrt[3]{3}$

Efectúa y simplifica, si es posible:

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}$ b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{a}$ c) $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$ d) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}} : \sqrt{\sqrt[3]{4}}$

☛ ***En b) y c) puedes expresar los radicales como potencias de bases a y 2, respectivamente.***

Expresa con una única raíz:

a) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$ b) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$ c) $\left(\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[5]{a^4}\right):\sqrt{a}$

Calcula y simplifica:

a) $5\sqrt{125}+6\sqrt{45}-7\sqrt{20}+\frac{3}{2}\sqrt{80}$ b) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{54}-\frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$

Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $3\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{250}+5\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{2}$

b) $\sqrt{\frac{2}{5}}-4\sqrt{\frac{18}{125}}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$

c) $7\sqrt[3]{81a}-2\sqrt[3]{3a^4}+\frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$

Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ b) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ c) $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

d) $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$ e) $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$ f) $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$

a) $4\sqrt{27}\cdot5\sqrt{6}=$ *b)* $2\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{27}{8}}=$ *c)* $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{8}}=$

d) $(\sqrt[3]{12})^2=$ *e)* $(\sqrt[6]{32})^3=$ *f)* $\sqrt[3]{24}:\sqrt[3]{3}=$

g) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}=$ *h)* $\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{a}}\cdot\sqrt{a}=$ *i)* $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3=$

j) $\sqrt[3]{2\sqrt{3}}:\sqrt{\sqrt[3]{4}}=$ *k)* $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}\cdot\sqrt[4]{9\sqrt{3}}\cdot\sqrt{3\sqrt[4]{3}}=$ *l)* $\sqrt[3]{\frac{a^4}{b^5}\cdot\sqrt[4]{\frac{b^3}{a}}\cdot\sqrt{a^2b}}=$

Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $3\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{250}+5\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{2}=$ *b)* $\sqrt{\frac{2}{5}}-4\sqrt{\frac{18}{125}}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}=$

c) $7\sqrt[3]{81a}-2\sqrt[3]{3a^4}+\frac{\sqrt[3]{3a}}{5}=$ *d)* $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{a^3}{b}}-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{a}{b^3}}+\frac{2}{9}\sqrt{\frac{a}{b}}=$

Racionaliza los siguientes denominadores:

a) $\frac{8}{\sqrt[3]{2}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}$ d) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$ e) $\frac{a}{\sqrt[4]{a^3b}}$

f) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ g) $\frac{3}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$ h) $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$ i) $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$ j) $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$

Racionaliza:

a) $\frac{5}{\sqrt{2}\sqrt[4]{3}}$ b) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$ c) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ e) $\frac{\sqrt{72}+3\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$

f) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$ g) $\frac{1}{2(\sqrt{3}\sqrt{5})}$ h) $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$ i) $\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt[3]{3}}$ j) $\frac{a+b}{\sqrt{a+b}}$

Racionaliza:

a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ b) $\frac{4}{8-\sqrt{2}}$ c) $\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{5}}{3\sqrt{2}-3\sqrt{5}}$ d) $\frac{1}{\sqrt{2}+5}$ e) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$

$\frac{x+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ g) $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1}$ h) $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ i) $\frac{4}{\sqrt{18}}$ j) $\frac{1}{\sqrt[3]{40}}$

Efectúa y da el resultado en notación científica con tres cifras significativas. Determina también, en cada caso, una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

a) $\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4})\, 8,3 \cdot 10^{8}}{4,32 \cdot 10^{3}}$

b) $\frac{(12,5 \cdot 10^{7} - 8 \cdot 10^{9})(3,5 \cdot 10^{-5} + 185)}{9,2 \cdot 10^{6}}$

c) $\frac{5,431 \cdot 10^{3} - 6,51 \cdot 10^{4} + 385 \cdot 10^{2}}{8,2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-4}}$

Representa gráficamente y expresa como intervalos estas desigualdades:

a) $-3 \leq x \leq 2$ **b)** $5 < x$ **c)** $x \geq -2$

d) $-2 \leq x < 3/2$ **e)** $4 < x < 4,1$ **f)** $-3 \leq x$

Expresa como intervalo la parte común de cada pareja de intervalos ($A \cap B$) e ($I \cap J$):

a) $A = [-3, 2]$ $B = [0, 5]$

b) $I = [2, +\infty)$ $J = (0, 10)$

Expresa como un único intervalo:

a) $(1, 6] \cup [2, 5)$ **b)** $[-1, 3) \cup (0, 3]$

c) $(1, 6] \cap [2, 7)$ **d)** $[-1, 3) \cap (0, 4)$

Calcula, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2}$

b) $\log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$

Calcula la base de estos logaritmos:

a) $\log_x 125 = 3$

b) $\log_x \frac{1}{9} = -2$

Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

Calcula la base de cada caso:

a) $\log_x 1/4 = 2$

b) $\log_x 2 = 1/2$

c) $\log_x 0{,}04 = -2$

d) $\log_x 4 = -1/2$

☛ *Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar x.*

En c), $x^{-2} = 0{,}04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

1.- Los precios de todos los artículos de unos almacenes estaban rebajados el 12%. ¿Qué precio se pagará por un artículo marcado a 500 €?

2.- El precio de un televisor sin IVA es de 700 €. Calcula el precio que pagaremos si está gravado con el 16% de IVA.

3.- Por una lavadora se han pagado 406 €. Si la lavadora tiene un impuesto del 16% de IVA, ¿cuál es su precio sin incluir el impuesto?

4.- Un ordenador valía al salir al mercado 924 €. A lo largo de un año sufrió las siguientes variaciones: bajó el 20%, bajó un 15%, subió un 12% y finalmente bajó un 6%. ¿Cuál era su precio al final de año? ¿Cuál ha sido el índice de variación total?

5.- Un comerciante compra los televisores por 450 € y los vende con un recargo del 30%. Llega un amigo y sobre el precio de venta le rebaja el 30%. ¿Ganó o perdió con la venta del televisor?

6.- En la tienda A un artículo está marcado a 765 euros y tiene una rebaja del 25%. En la tienda B el mismo artículo está marcado a 742 euros y presenta un descuento del 20% ¿En qué tienda es más barato el artículo?

7.- Un comercio oferta sus productos rebajados el 22%. Calcula el precio al que resultan los marcados con 35 euros, 56 euros y 85 euros, si al tanto por ciento de rebaja se le debe añadir el 16 % de IVA.

8.- Si has pagado 256 euros por un producto que se encontraba rebajado el 15%, ¿qué precio marcaba el producto?

9.- Después de rebajarse un artículo en un 25 % vale 53,20 euros ¿Cuánto valía antes de la rebaja?

10.- Hallar el interés de 3 000 euros, al 4 % durante seis meses.

11.- Al mirar la cartilla, un ahorrador observa que le han abonado 36 euros. Si tuvo depositados 2 700 euros a interés simple durante 4 meses, ¿a qué rédito le han abonado los intereses?

12.- Halla el capital acumulado durante 10 años a partir de 12 000 euros colocados al 4 % de interés compuesto abonando los intereses anualmente.

13.- Repetir el problema anterior pero con pago de intereses cada trimestre.

14.- Calcula el tiempo a que deben estar prestados 1 000 euros al 6% de interés compuesto anual, para que se conviertan en 1 504 euros.

15.- Calcular el tiempo que deben estar colocados 4 000 euros al 6% de interés simple anual para dar un interés de 20 euros.

16.- Cierto capital, colocado durante 8 meses al 10% de interés simple anual, ha dado un interés de 400 euros. Calcúlalo.

17.- Hallar el capital que poseeremos al cabo de diez años si se coloca al 5% de interés compuesto un capital inicial de 200000 euros. Los intereses vencen semestralmente.

18.- ¿Qué capital al cabo de 6 años al 4% de interés compuesto pagadero anualmente se ha transformado en 100 000 euros?

SUMA, RESTA Y MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

1. Dados los polinomios:

$$P(x) = 3x^2 - x + 1 \qquad Q(x) = x^3 - 4x^2 + 5x + 3 \qquad R(x) = 2x + 1$$

Calcula:

a) $P(x) + Q(x) =$

b) $Q(x) - P(x) =$

c) $P(x) \cdot R(x) + Q(x) =$

d) $\left(R(x)\right)^2 - P(x) =$

2. Sabiendo que el valor numérico del siguiente polinomio en $x = -1$ es 4. Calcula el valor del parámetro a:

$P(x) = 2x^2 + ax - 1$

3. Calcula un polinomio mónico de segundo grado P (x), sabiendo que P (1) = 3 y P (–2) = 15.

4. Calcula un polinomio de segundo grado P (x), sabiendo que $x = 1$ es una raíz del polinomio, que P (3) = 16 y que su término independiente es 1.

5. Calcula los valores de A, B y C para que se cumpla la igualdad:

$$2x - 4 = A(x+3) + B(x-1) + C(x-1)^2$$

REGLA DE RUFFINI

1. Utiliza la regla de Ruffini para dar el valor numérico de los siguientes polinomios:

a) $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - 5 \qquad P(2) =$

b) $Q(x) = x^5 - 3x^3 + 4x - 10 \qquad Q(-3) =$

2. Utiliza la regla de Ruffini para obtener el cociente y el resto de las siguientes divisiones de polinomios:

a) $\left(5x^3 - 7x^2 + x - 3\right) : (x+1)$

Cociente:

Resto:

b) $\left(x^6 - x^5 + x^4 + x^2 - x - 1\right) : (x-3)$

Cociente:

Resto:

c) $\left(-x^5+3x^3+5x^2-1\right):\left(x+5\right)$

Cociente:

Resto:

3. Encuentra las raíces de los siguientes polinomios:

a) $\mathrm{P}\left(x\right)=x^3-5x^2-17x+21$

b) $\mathrm{P}\left(x\right)=3x^4+7x^3-6x^2-12x+8$

FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

1. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios de segundo grado:

a) $x^2-13x+30=$

b) $x^2-10x+16=$

c) $2x^2+13x+15=$

d) $4x^2-24x+11=$

2. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios:

a) $x^3-7x^2+7x+15=$

b) $x^3-x^2-8x+12=$

c) $2x^3+3x^2-8x-12=$

d) $3x^3-5x^2-12x+20=$

e) $x^3-6x^2+12x-8=$

f) $x^3-2x^2-x+2=$

3. Escribe la factorización de los siguientes polinomios, sin hallar las raíces:

a) $x^2-5x=$

b) $x^2-25=$

c) $x^7-4x^5=$

d) $x-x^3=$

e) $x^5-16x=$

4. Factoriza el polinomio $6x^4+13x^3+8x^2+2x-5$ sabiendo que es divisible por x^2+x+1.

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER Y SEGUNDO GRADO

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{3(x-5)}{2}-\frac{x+7}{2}=12-\frac{x+10}{2}$

d) $\frac{x-1}{2}+\frac{2}{5}-\frac{2x-3}{2}=\frac{3(3x+1)}{3}-\frac{2(x-1)}{5}$

b) $x-4+\frac{x+1}{3}-\frac{5x-1}{6}=\frac{2x-3}{2}$

e) $\frac{3x-7}{2}-\frac{5(5x-3)}{8}+\frac{2(9x-5)}{4}-\frac{2x-15}{2}=\frac{21}{4}$

c) $\frac{5x-1}{5}-\frac{3x+1}{3}-\frac{x-3}{2}=-\frac{1}{6}+\frac{2(x-1)}{15}$

f) $5x+13-\frac{x-3}{3}+\frac{2(x+3)}{7}=-\frac{x+3}{5}$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2+3x-2=0$

e) $x^2+3(x-x^2)-5=5(x-1)$

b) $x^2+5x=0$

f) $(x-2)^2+3(x-1)=6+(1-x^2)$

c) $3x^2-18=0$

g) $(2x-1)-\frac{x^2+5x+1}{6}=\frac{1}{3}-\frac{(x-2)^2}{2}$

d) $x^2-2=0$

h) $\frac{6x^2+53}{30}+\frac{x+1-x^2}{6}=+\frac{2(3x^2-5x+5)}{3}-\frac{x^2-3}{15}$

3. Entre las siguientes ecuaciones, hay dos que no tienen solución y una que tiene infinitas soluciones. Identifícalas y resuelve la única que tiene una única solución:

a) $\frac{(x-1)^2}{3}-\frac{(x-2)^2}{6}=\frac{x^2-2}{6}$

c) $\frac{2}{x}=\frac{5}{(x+1)^2}$

b) $(x-3)^2+x^2-3x=2x^2-9x+8$

d) $\frac{(x-1)^2}{2}-\frac{x^2}{2}=\frac{x}{3}-\frac{7}{2}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE GRADO IGUAL O MAYOR QUE 3

1. Resuelve las siguientes ecuaciones sin hacer operaciones:

a) $(x-1)(x-2)(x+3)=0$

c) $(x-3)^3(x^2-1)=0$

b) $x^2(x-5)(x+7)=0$

d) $5x(x^2-4)(x-2)(x^2-5)=0$

2. Factoriza el polinomio P (*x*) de cada una de las siguientes ecuaciones del tipo P (*x*) = 0, y halla las soluciones.

a) $x^4+x^3=0$

c) $(2x^2+1)(x+1)-(x^2+5)(x+1)=0$

b) $x^4-1=0$

d) $(x^5-x^4)(x^4-4)=0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^3-7x^2+7x+15=0$

d) $3x^4+7x^3-6x^2-12x+8=0$

b) $x^3-x^2-8x+12=0$

e) $x^5-6x^4+12x^3-8x^2=0$

c) $2x^3+3x^2-8x-12=0$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS, RACIONALES Y CON RADICALES

1. Entre las siguientes ecuaciones, hay una que tiene dos soluciones, y dos que no tienen solución. Identifícalas.

a) $x^4+x^2+1=0$

c) $16\,x^4-104x^2+25=0$

b) $x^4-6x^2+9=0$

d) $10\,x^4+2x^2+1=0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4x^4-53x^2+49=0$

c) $(x^2-1)^2=109-5x^2$

b) $2x^4-3x^2+\frac{9}{8}=0$

d) $(3x^2-2)^2+5-(x^2+1)^2=5x^2+60$

3. Las siguientes ecuaciones pueden resolverse de manera análoga al método utilizado en las ecuaciones bicuadradas. Haciendo el cambio de variable adecuado, resuelve:

a) $x^6-9x^3+8=0$

b) $x^8-17x^4+16=0$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x-2}=2$

c) $\frac{x}{x^2-3x+2}=\frac{2}{x-2}+\frac{4-x}{x-1}$

b) $\dfrac{x+3}{x+1}+3(x+1)=\dfrac{5x+11}{2}$

d) $\dfrac{3x}{x^2-1}=\dfrac{x-2}{x+1}+\dfrac{x+4}{4x-4}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales:

a) $x-1=\sqrt{9-4x}$

c) $\sqrt{2-5x}+\sqrt{3x}=\sqrt{2}$

b) $\sqrt{1+3x}=\sqrt{x+8}+1$

d) $\sqrt{2x-5}-\sqrt{x-3}=\sqrt{x-2}$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^x=81$

d) $2^{x^2-4x}=\dfrac{1}{8}$

b) $2^{3-x}=\dfrac{1}{16}$

e) $\dfrac{3^x}{27}=9^{x-3}$

c) $16^{x+3}=\sqrt{2^{x+10}}$

f) $125\cdot 5^{2x}=1$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales ayudándote de un cambio de variable:

a) $2^x+2^{x-2}=10$

c) $5^{2x}-6\cdot 5^{x+1}+125=0$

b) $3^{x-1}+3^{x+1}=\dfrac{10}{9}$

d) $2^{2x+3}-33\cdot 2^x+4=0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log_2 x=3$

e) $\log_3 x+\log_3 3=\log_3(5x+3)-\log_3 2$

b) $\log_3(x^2+8x)=2$

f) $\log_2 5+2\log_2 x=\log_2 2+\log_2(x^2+3x)$

c) $\log(3x+1)=1$

g) $\log(3x-1)+\log 5=2$

d) $\ln(x^2-3)=0$

h) $\ln(x^2-5)-\ln 4=0$

SISTEMAS LINEALES DE DOS INCÓGNITAS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x-1}{2}+\dfrac{2(y+1)}{3}=\dfrac{9}{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+3(y-2x)=8 \\ \dfrac{x-y}{5}+\dfrac{2(y+1)}{2}=\dfrac{-7}{2} \end{cases}$

SISTEMAS NO LINEALES

1.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\left.\begin{matrix} x+y=7 \\ xy=12 \end{matrix}\right\}$

b) $\left.\begin{matrix} xy=2 \\ x^2+y^2=5 \end{matrix}\right\}$

c) $\left.\begin{matrix} x^2-y^2=5 \\ x^2+y^2=11 \end{matrix}\right\}$

d) $\left.\begin{matrix} 3x^2-5y^2=2 \\ 2x^2+3y^2=5 \end{matrix}\right\}$

e) $\left.\begin{matrix} x+y=1 \\ x^2+y^2=13 \end{matrix}\right\}$

f) $\left.\begin{matrix} x+y=2 \\ x^2+y^2=2 \end{matrix}\right\}$

2.- De todos los rectángulos de área 12, calcula las dimensiones de los que tienen una diagonal de longitud 5

3.- Calcula dos números positivos que sumen 10 y cuyo producto sea 21

MÉTODO DE GAUSS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

1. Clasifica y resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas lineales

a) $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ -2x+3y+z=-5 \\ 4x-y-2z=0 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{r} 2x+y-z=3 \\ y+2z=-6 \\ 2x+z=-3 \end{array}\right\}$ g) $\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=3 \\ x+y-2z=-5 \\ 2x+y-3z=16 \end{array}\right\}$ j) $\left.\begin{array}{r} -x+y+3z=6 \\ 2x-2y-z=3 \\ 2x+y-2z=8 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} 3x-4y+z=16 \\ x-5y-2z=16 \\ 2x+y+3z=0 \end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{r} 2x-y-z=1 \\ 3x-y+2z=8 \\ y+7z=13 \end{array}\right\}$ h) $\left.\begin{array}{r} x+z=1 \\ x+y=3 \\ -x-2y+z=1 \end{array}\right\}$ k) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y-2z=3 \\ x-z=1 \\ -2y+z=0 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x+y-z=-4 \\ -2x+3y+z=-5 \\ 4x-y-3z=1 \end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y+2z=4 \\ x-y+3z=-1 \\ 5x-4y+8z=2 \end{array}\right\}$ i) $\left.\begin{array}{r} 2x-y+2z=1 \\ 3y-2z=3 \\ -x+3z=-1 \end{array}\right\}$ l) $\left.\begin{array}{r} 3x-2y=5 \\ x-y-2z=8 \\ 2x-y+2z=0 \end{array}\right\}$

Ecuaciones y sistemas. Problemas

1.- Fatine, Zakariaa e Ismael tienen una urna cada uno, con 115 bolas repartidas entre ellos. El único que sabe las bolas que hay en cada urna es Zakariaa y les dice a Fatine y a Ismael: “Si yo tuviese 5 bolas menos, tendría la cuarta parte de bolas que Ismael; y si Ismael pasara la mitad de sus bolas a la urna de Fatine, ésta tendría el doble de bolas que yo. ¿Sabéis cuántas bolas hay en cada urna?”

2.- Romaisa ha de dibujar un rectángulo de 96 cm^2 de área, y tal que si su base aumentase en 3 cm y su altura disminuyera en 2 cm, su área disminuiría en 6 cm^2. ¿Qué dimensiones le tendrá que dar?

3.- Entre Sara, David y Wiam tienen 5.000 dirhams. Si Sara tuviese el doble y David y Wiam, la mitad de lo que tiene cada uno, entre los tres tendrían 4.150 dirhams. Y si Sara aumentase su capital en un 5 %, David lo disminuyera en un 10% y Wiam lo aumentase en un 20 %, entre los tres tendrían 5.355 dirhams. ¿Cuánto tiene cada uno?

4.- Noa quiere comprar todas las camisetas que puedan en una oferta que hay en una página de internet. El precio de cada una es de 8 €. Le cobran este precio por las 20 primeras y todas las demás se las rebajan en un 10 %. Sabe que le cobran 12 € por los gastos de envío, y quiere saber cuántas camisetas podrá comprar con los 1.450 € que tiene.

5.- Soukaina quiere dibujar un rectángulo cuya base sea el doble que su altura y tal que su diagonal mida 10 metros más que su altura. ¿Qué dimensiones le ha de dar?

6.- Amina, Fenna y Choukri han hecho unos largos de piscina. Si al triple de los que ha hecho Amina le sumáramos el doble de los que ha hecho Fenna y le restáramos el doble de los que ha hecho Choukri, tendríamos 4 largos. Si a los que ha hecho Fenna le restáramos 7 largos tendríamos los mismos largos que si a los que ha hecho Choukri le restáramos el cuádruplo de los que ha hecho Amina. Y los que ha hecho Amina son dos largos menos que el cuádruplo de la diferencia de los que ha hecho Choukri menos lo que ha hecho Fenna. ¿Cuántos largos ha hecho cada uno?

7.- Entre Salma, David y Sara tenían 4.800 dirhams. Colocados sus respectivos capitales durante un año al 6 %, 5 % y 10 %, han producido en total 360 dirhams. Si los hubiesen colocado al 10 %, 4 % y 5 % respectivamente, habrían producido 274 dirhams. ¿Cuánto tenía cada uno?

8.- Amine le dice a Nor: "A ver si sabes el número del que te estoy hablando: la suma de sus tres cifras es 7; si invertimos el orden de sus cifras obtenemos un número 297 unidades mayor; y la suma del doble de la cifra de las centenas, más la de las decenas, es una unidad menor que la de las unidades"

9.- Fenna, directora de una sucursal bancaria, recibe de un cliente 120 billetes entre billetes de 20, 100 y 200 dirhams que suman un total de 7.100 dirhams. Si el número de billetes de 20 dirhams es el doble de la suma de los demás billetes, ¿cuántos billetes de cada tipo ha recibido?

10.- Romaisa le ha propuesto a Ismael averiguar tres cantidades. Para ello le da estas pistas:

- Si al triple de la mayor le restamos el doble de la resta de la mediana menos la menor nos da 4.
- Si a la mediana le sumamos el cuádruplo de la mayor y le restamos el triple de la menor nos da 9.
- El doble de la mediana es igual al doble de la menor, más la mayor.

¿Cuáles son las cantidades propuestas por Romaisa?

PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

<u>EJERCICIO 8</u> : Disponemos de tres lingotes de distintas aleaciones de tres metales A, B y C. El primer lingote contiene 20 g del metal A, 20 g del B y 60 del C. El segundo contiene 10 g de A, 40 g de B y 50 g de C. El tercero contiene 20 g de A, 40 g de B y 40 g de C. Queremos elaborar, a partir de estos lingotes, uno nuevo que contenga 15 g de A, 35 g de B y 50 g de C.¿Cuántos gramos hay que coger de cada uno de los tres lingotes?

<u>EJERCICIO 9</u> : En una reunión hay 22 personas, entre hombres, mujeres y niños. El doble del número de mujeres más el triple del número de niños, es igual al doble del número de hombres.
a) Con estos datos, ¿se puede saber el número de hombres que hay?
b) Si, además, se sabe que el número de hombres es el doble del de mujeres, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay?

<u>EJERCICIO 10</u> : Por un rotulador, un cuaderno y una carpeta se pagan 3,56 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que, el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Calcula los precios que marcaba cada una de las cosas, sabiendo que sobre esos precios se ha hecho el 10% de descuento.

<u>EJERCICIO 11</u> : En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540 euros y el precio de cada helado es de 4 euros el de vainilla, 5 euros el de chocolate y 6 euros el de nata. Conocidos los gustos de los estudiante, se sabe que entre helados de chocolate y de nata se han de comprar el 20% más que de vainilla.
a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para calcular cuántos helados de cada sabor se compran a la semana.

b) Resuelve, mediante el método de Gauss, el sistema planteado en el apartado anterior.

<u>EJERCICIO 12</u> : Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos tipos necesitó la utilización de ciertas unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente. La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1 500 unidades de aluminio. Si la compañía utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó?

<u>EJERCICIO 13</u> : En una tienda, un cliente se ha gastado 150 euros en la compra de 12 artículos, entre discos, libros y carpetas. Cada disco le ha costado 20 euros, cada libro 15 euros, y cada carpeta 5 euros. Se sabe que entre discos y carpetas hay el triple que de libros.
a) Formula el sistema de ecuaciones asociado al enunciado anterior.
b) Determina cuántos artículos ha comprado de cada tipo.

<u>EJERCICIO 14</u> : Dos kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 16,75 euros. Dos kilos de naranjas, más dos kilos de plátanos, más 3 de mangos, valen 25 euros. Tres kilos de naranjas, más un kilo de plátanos, más dos kilos de mangos, valen 17,75 euros. ¿Cuánto vale 1 kilo de naranjas? ¿Cuánto vale 1 kilo de plátanos? ¿Cuánto vale 1 kilo de mangos?

<u>EJERCICIO 15</u> : Un estado compra 540 000 barriles de petróleo a tres suministradores diferentes que lo venden a 27,28 y 32 dólares el barril, respectivamente. La factura total asciende a 16 346 000 dólares. Si del primer suministrador recibe el 30% del total de petróleo comprado, ¿cuál es la cantidad comprada a cada suministrador?

<u>EJERCICIO 16</u> : De un número de tres cifras se sabe que la suma de estas es 13. Si se intercambian las cifras de las unidades y las centenas, el número disminuye en 198; y, si se intercambian las de la unidades y decenas, el número aumenta en 36. Encuentra el número.

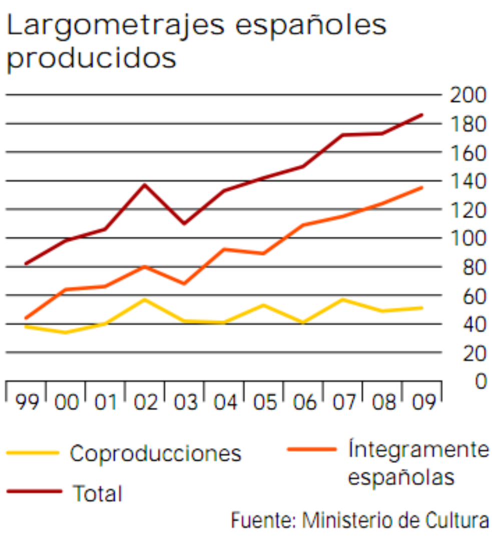
EJERCICIO 17 : Si la altura de Luis aumentase el triple de la diferencia entre la altura de Eusebio y de Pablo, Luis sería igual de alto que Pablo. Las alturas de los tres suman 515 cm. Ocho veces la altura de Eusebio es lo mismo que nueve veces la de Luis. Halla las tres alturas.

EJERCICIO 18 : La suma de las tres cifras de un número es 6; y, si se intercambian la primera y la segunda, el número aumenta en 90 unidades. Finalmente, si se intercambian la segunda y la tercera, el número aumenta en 9 unidades. Calcula dicho número.

EJERCICIO 19 : Un almacén distribuye cierto producto que fabrican tres marcas distintas: A, B y C. La marca A lo envasa en cajas de 250 g y su precio es de 1 euro; la marca B lo envasa en cajas de 500 g a un precio de 180 céntimos de euro; y, la marca C, lo hace en cajas de 1 kg a un precio de 330 céntimos. El almacén vende a un cliente 2,5 kg de este producto por un importe de 8,9 euros. Sabiendo que el lote iba envasado en 5 cajas, calcula cuántos envases de cada tipo se han comprado.

DEFINICIÓN Y FORMAS DE EXPRESIÓN DE UNA FUNCIÓN

1. Fíjate en la siguiente gráfica y contesta a las siguientes preguntas:



a) Indica las variables que se relacionan.

b) ¿Entre qué años se ha hecho la muestra?

c) ¿Cuál ha sido la escala considerada en cada eje?

d) ¿Cuál ha sido la variación de cada una de las variables en el intervalo total estudiado?

e) ¿Cuál es el porcentaje aproximado de películas íntegramente españolas con respecto al total en 2006? ¿Cuál es la tendencia de este porcentaje a lo largo de los años mostrados?

f) Indica lo más representativo de los datos de 1999 y de 2002.

g) Si consideramos esta muestra como un modelo de crecimiento y si se cumplen las previsiones, ¿qué podríamos afirmar del crecimiento de cada una de las variables estudiadas?

2. Una sustancia química es efectiva al 100% si se encuentra a 32 ºC. Por cada grado que baja se pierde un 2% de efectividad.

a) Representa por medio de una tabla tres valores de esta función.

b) Teniendo en cuenta que la variación es lineal, da una expresión analítica de la relación que existe entre temperatura y efectividad.

c) Representa en una gráfica esta función.

3. Halla las expresiones que calculan el área y la diagonal de un rectángulo de perímetro 6 cm en función de uno de sus lados.

4. Queremos hacer un hueco en la pared para instalar una puerta de 2 m^2 de área. El coste del marco es de 25 € por metro para los lados verticales y 30 € por metro para los horizontales. Halla la expresión de la función que calcule el coste total del marco en función de uno de sus lados.

5. Halla la expresión que calcula el volumen de un depósito cerrado con forma de cilindro de área total 4 m^2 en función del radio de la base.

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

1. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{1}{2x-3}$

c) $f(x)=\dfrac{2}{(x-3)(2x+5)}$

e) $f(x)=\sqrt{-x^2+2x+3}$

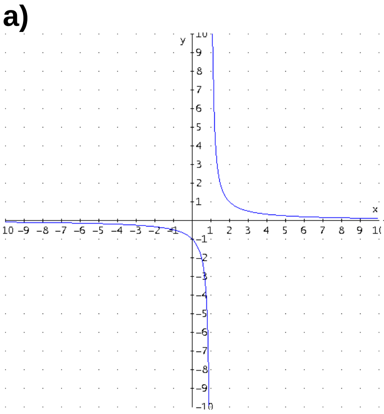
b) $f(x)=\dfrac{2}{x^2-3x}$

d) $f(x)=\sqrt{3x-5}$

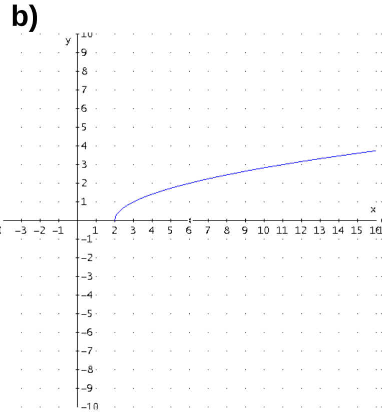
f) $f(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{x+1}}$

2. Calcula el dominio y el recorrido de definición de las siguientes funciones.

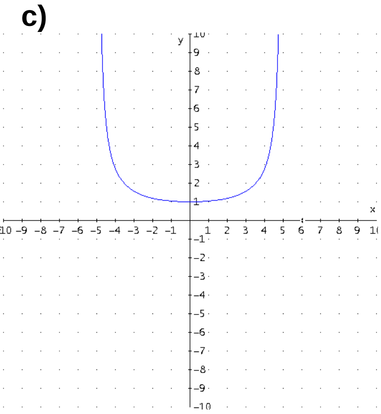
a)



b)



c)



3. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\log(3x+5)$ b) $f(x)=x^5-7x^3+82x-9$

c) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ d) $f(x)=\sqrt{x^2-25}$

e) $f(x)=e^{x^2-5x+7}$ f) $f(x)=e^{\sqrt{x-6}}$

g) $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1}{x}}$ h) $\log(x^2-2x-3)$

i) $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x-5}{x-2}}$ j) $f(x)=\dfrac{12x^3}{\sqrt{2x+5}}$

k) $f(x)=\log\dfrac{7x}{x-5}$

2.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 2} 3(2x-1)(x+1)^2$ b) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{3(2x-1)}{(x+1)^2}$

c) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-25}{x^2+x-5}$ d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-2x-1}{x^3-1}$

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-7}{x^5}$ f) $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{x-9}{x^2-5x-14}$

g) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2+7x-3}{x^3-2x^2-x+1}$ h) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-2x^2+7x-3}{x^3+x^2-x-1}$

i) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-3}{x^2-6x+9}$

3.- Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3+1}{x^2-1}$ **b)** $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{x^2-25}$ **c)** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$

LÍMITES DE FUNCIONES EN UN PUNTO. LÍMITES LATERALES

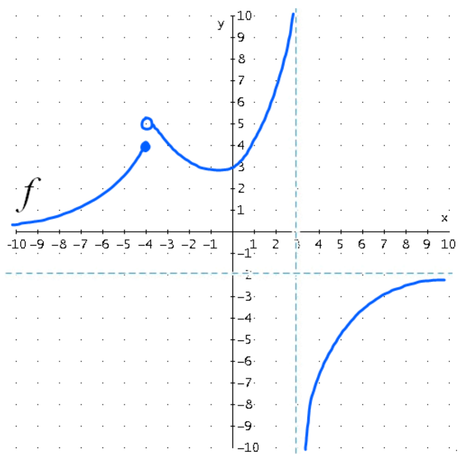
1. Observa la gráfica y calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ **b)** $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to -4^-} f(x)$ **d)** $\lim\limits_{x\to -4^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ **f)** $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

g) $\lim\limits_{x\to \infty} f(x)$ **h)** $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$



LÍMITES DE FUNCIONES EN EL INFINITO

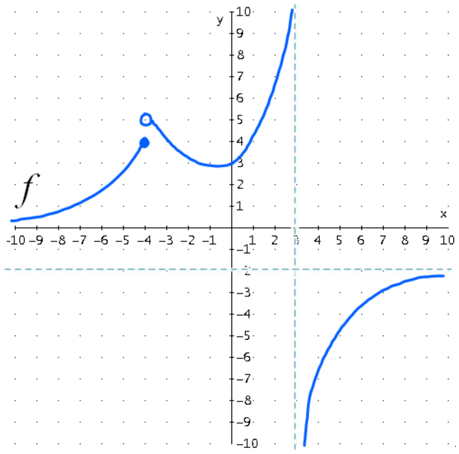
1. Observa las gráficas de f (*x*) y g (*x*) y calcula los siguientes límites:

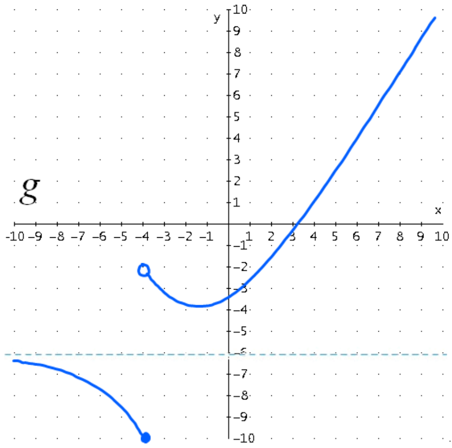
a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

d) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$





2. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to \infty} (3x^4 + x^3 - 2x)$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} (-x^2 + 5x + 6)$

c) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1}{3x^4 + x^3 - 2x}$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} (3x^4 + x^3 - 2x)$

e) $\lim\limits_{x \to -\infty} (-x^2 + 5x + 6)$

f) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{2x^2 - 8x - 3}$

g) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^3 - 5x}$

3. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^5 - 3x^2}{x^4 - x^3}$

b) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3 - 5}{-x^2 - 4}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^3 - 5}{-x^2 - 4}$

d) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - x + 1}{x^3 - 4x + 3}$

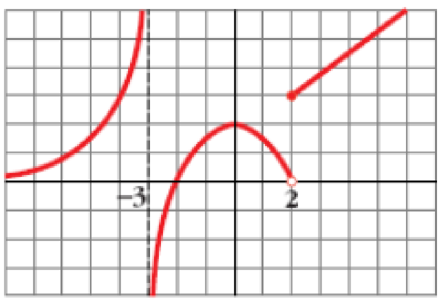
e) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^4 - 5x}{7x^2 - 4x}$

f) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{x^4 - 5x}{7x^2 - 4x}$

g) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{9x^4 - 5x^3 + 3x - 9}{3x^4 - 4x}$

h) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{9x^4 - 5x^3 + 3x - 9}{3x^4 - 4x}$

4.



Sobre la gráfica de la función $f(x)$, halla:

a) $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x)$

b) $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x)$

c) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

d) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

1) $\lim_{x\to 2}\left(x^3-x^2-4\right)$	2) $\lim_{x\to 1}\left(x^2-5x+3\right)$	3) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{x+2}$	4) $\lim_{x\to -\infty}\left(-x^3-3x^2+x+3\right)$
5) $\lim_{x\to +\infty}\left(-x^3-3x^2+x+3\right)$	6) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x^3+2}{x^2-1}$	7) $\lim_{x\to -\infty}\frac{3x^2-5x+6}{5x^2+3}$	8) $\lim_{x\to -\infty}\frac{-x^3+x^2+1}{x^5-7}$
9) $\lim_{x\to 3}\frac{4x+2}{x^2+1}$	10) $\lim_{x\to 5^-}\frac{x^2}{x-5}$	11) $\lim_{x\to 5^+}\frac{x^2-25}{x-5}$	12) $\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x^2-1}$
13) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+4x+4}{x+2}$	14) $\lim_{x\to -1}\frac{x-1}{x^2-2x+1}$	15) $\lim_{x\to +\infty}\left(1+\frac{2x}{x-1}\right)^3$	16) $\lim_{x\to 3}\frac{x+3}{x^2-3}$
17) $\lim_{x\to -3}\frac{x^3+5x^2+10x+12}{x^3+2x^2-2x+3}$	18) $\lim_{x\to 2}\frac{x^4-2x^3+x-2}{x^3+4x^2-11x-2}$	19) $\lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x^2-5x}$	20) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3-6x^2+x+14}{x^3+x^2+2}$
21) $\lim_{x\to 3}\frac{x^3+5x^2+3x-9}{x^3+7x^2+15x+9}$	22) $\lim_{x\to 0}\frac{3x^4}{x^3+x^2}$	23) $\lim_{x\to 0}\sqrt{\frac{x^2+2x}{2x}}$	24) $\lim_{x\to 2}\sqrt[3]{\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}}$
25) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x^3+2}{x^2-1}$	26) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x^2-1}$	27) $\lim_{x\to 0}\frac{6x^2}{x^3-x^2+x}$	28) $\lim_{x\to -\infty}\frac{3x^3-5x+6}{5x^2+3}$
29) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x^2+x+1}{x+1}$	30) $\lim_{x\to +\infty}\frac{-3x^2+2x+5}{x^5}$	31) $\lim_{x\to -\infty}\frac{x^2+x+1}{x+1}$	32) $\lim_{x\to +\infty}\frac{24x^3-x^2}{12x^3+6}$
33) $\lim_{x\to +\infty}\frac{x-5}{x^2+3}$	34) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{2x+5}{2}-\frac{x^2-1}{x}\right)$	35) $\lim_{x\to +\infty}\sqrt{\frac{1}{x^2-4x+4}}$	36) $\lim_{x\to +\infty}\sqrt[3]{\frac{8x-1}{x}}$
37) $\lim_{x\to \sqrt{5}}\frac{x-\sqrt{5}}{x^2-5}$	38) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x}-1}{x+1}$	39) $\lim_{x\to -\infty}\frac{3x-4}{x-9}$	40) $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{5x^3+2x-7}$
41) $\lim_{x\to 3}\sqrt{x^2+16}$	42) $\lim_{x\to -\infty}\frac{3x^3+4x^2-x}{-2x^2+1}$	43) $\lim_{x\to +\infty}\frac{3-x^3}{-2}$	44) $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$
45) $\lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x+1}{7x^2}\cdot\frac{x^2}{x-1}\right)$	46) $\lim_{x\to 4}\frac{x^2}{x-4}$	47) $\lim_{x\to 2}\frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+x-6}$	48) $\lim_{x\to +\infty}\left(x-\frac{x^2}{x+2}\right)$
53) $\lim_{x\to -3}\frac{x+3}{x^2-9}$	54) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3x+2}{x^3+1}$	55) $\lim_{x\to 7}\frac{x}{x^2-49}$	56) $\lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x}-1}$
57) $\lim_{x\to -2}\frac{x^2+3}{x+2}$	58) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2+x}$	59) $\lim_{x\to 2^-}\frac{1}{x-2}$	60) $\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x-2}$
61) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x^3}$	62) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}$	63) $\lim_{x\to +\infty}\frac{1}{x^2}$	64) $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2-4x+1}{x-1}$
65) $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2-9}$	66) $\lim_{x\to -3}\frac{x+3}{x^3-27}$	67) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2-x+1}{x+1}-x\right)$	68) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{x^2-5x}{x+1}-\frac{3x}{2}\right)$

69) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{x^2}{x+1}\right)$	70) $\lim_{x\to1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{3}{2x-2}\right)$	71) $\lim_{x\to2}\frac{2x^2+3}{x-2}$	72) $\lim_{x\to-3}\frac{2x^2+16x+30}{x^2+7x+12}$
73) $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{x^2-3x+1}{2x-1}$	74) $\lim_{x\to1}\frac{x^2-1}{x-1}$		

CONTINUIDAD

Ejercicio 1

a) Calcula el límite de la función $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2-3x}$ en los puntos en los que no está definida.

b) Halla su límite cuando x → +∞ y cuando x → −∞

c) Haz una representación gráfica de la información encontrada.

d) ¿Cuáles son los puntos de discontinuidad de esta función?

Ejercicio 2

Averigua si estas funciones son continuas en x = 2

$$\text{a)}\ f(x)=\begin{cases}3x-2 & \text{si } x<2\\ 6-x & \text{si } x\geq 2\end{cases} \qquad \text{b)}\ f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{si } x\leq 2\\ 2x+1 & \text{si } x>2\end{cases}$$

Ejercicio 3

Estudia la continuidad de estas funciones:

$$\text{a)}\ f(x)=\begin{cases}2^x & \text{si } x<2\\ 4 & \text{si } x\geq 2\end{cases} \qquad \text{b)}\ f(x)=\begin{cases}1/x & \text{si } x<1\\ 2x-1 & \text{si } x\geq 1\end{cases}$$

Ejercicio 4

Calcula el límite de la siguiente función cuando x → 0, x → 2, x → 3, x → +∞ , x → −∞

$$f(x)=\frac{x-3}{x^2-5x+6}$$

Ejercicio 5

Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas.

$$\text{a)}\ f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{si } x\leq 2\\ k-x & \text{si } x>2\end{cases} \qquad \text{b)}\ f(x)=\begin{cases}x+k & \text{si } x\leq 0\\ x^2-1 & \text{si } x>0\end{cases}$$

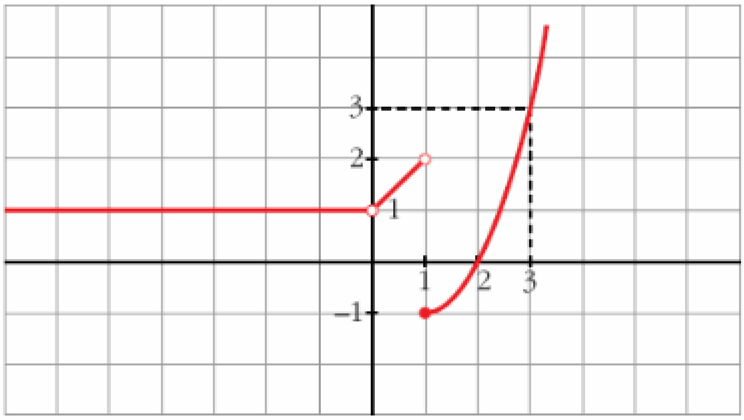
Ejercicio 6

Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases} \qquad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Ejercicio 7

Para la función cuya gráfica está representada, calcula los límites cuando $x \to 0$, $x \to 1$, $x \to 3$, $x \to +\infty$, $x \to -\infty$



1 Hallar el valor de **k** para que la función

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x\neq 3\\ k & \text{si } x=3\end{cases}$$

sea continua $\forall\Re$. *(Soluc: k=6)*

2 Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+3x-2}{2x^2-5x+2} & \text{si } x\neq 1/2\\ 5/3 & \text{si } x=1/2\end{cases}$$

(Soluc: discontinua asintótica en x=2)

3 Calcular cuánto debe valer **a** para que la siguiente función sea continua $\forall\Re$:

$$f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{si } x\leq 2\\ 3-ax^2 & \text{si } x>2\end{cases}$$

(Soluc: a=0)

Se considera la función

$$f(x)=\begin{cases}\text{Ln } x & \text{si } 0<x<1\\ ax^2+b & \text{si } 1\leq x<\infty\end{cases}$$

4 Determinar los valores de *a* y *b* para que f(x) sea continua y f(2)=3 *(Soluc: a=1 y b=−1)*

Dada la función

$$f(x)=\begin{cases}x^2+2x-1 & \text{si } x<0\\ ax+b & \text{si } 0\leq x<1\\ 2 & \text{si } x\geq 1\end{cases}$$

hallar **a** y **b** para que la función sea continua y dibujar la gráfica de la función. *(Soluc: a=3 y b=−1)*

5

Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & \text{si } x\le 1 \\ mx+n & \text{si } 1<x\le 3 \\ -x^2+10x-11 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

hallar los valores de **m** y **n** para que f(x) sea continua (puede ser útil dibujar la gráfica). *(Soluc: m=3, n=1)*

6

Ídem:

$$f(x)=\begin{cases} -2x+1 & \text{si } x\le -2 \\ ax+2 & \text{si } -2\le x\le 2 \\ x^2+b & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

(Soluc: a=−1/2, b=−3)

7

Ídem:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+a & \text{si } x<-1 \\ x^2-4 & \text{si } -1\le x<2 \\ \ln(x-b) & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$$

(Soluc: a=−2, b=1)

8

Ídem:

$$f(x)=\begin{cases} ax+2 & \text{si } x<-1 \\ b/x^2 & \text{si } -1\le x<3 \\ cx & \text{si } 3\le x<5 \\ 10 & \text{si } x\ge 5 \end{cases}$$

(*Soluc: a=−52, b=54, c=2)*

ASÍNTOTAS Y RAMAS

Ejercicio nº 1.-

Halla las asíntotas verticales de:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

y sitúa la curva respecto a ellas.

Ejercicio nº 2.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$$

Ejercicio nº 3.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x + 2)^2}$$

Ejercicio nº4.-

Averigua las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - x - 2}$$

Ejercicio nº 5.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

halla sus asíntotas verticales y sitúa la curva respecto a ellas.

Ejercicio nº 6.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la función:

$$f(x) = \frac{-x^3 + x}{2}$$

Representa gráficamente los resultados obtenidos.

Ejercicio nº 7.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$, de las siguientes funciones y representa la información que obtengas:

a) $f(x) = (x+2)^4$

b) $f(x) = x - x^2$

Ejercicio nº 8.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to -\infty$, de las siguientes funciones y representa los resultados que obtengas:

a) $f(x) = (x-1)^3$

b) $f(x) = x^2 - x$

Ejercicio nº 9.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to -\infty$ y $x \to +\infty$ de la siguiente función y representa los resultados obtenidos:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$$

Ejercicio nº 10.-

Halla los límites cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, y representa las ramas correspondientes para la función:

$$f(x) = (3-x)^3$$

Ejercicio nº 11.-

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x+1}$$

Ejercicio nº 12.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$:

$$f(x) = \frac{1 - x^4}{x^2}$$

Ejercicio nº 13.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1}$$

Ejercicio nº 14.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la función :

$$f(x) = \frac{2x^3 + x}{1 - x}$$

Representa la información obtenida.

Ejercicio nº 15.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$$

halla sus ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, y representa los resultados obtenidos.

Ejercicio nº 16.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$:

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{2 - x}$$

Ejercicio nº 17.-

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 2}$$

Ejercicio nº 18.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x}{x + 2}$$

Ejercicio nº 19.-

Halla las ramas infinitas, cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$, de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

Ejercicio nº 20.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{x^3}$$

Estudia su comportamiento en $+\infty$ y $-\infty$

Ejercicio nº 21.-

La siguiente función tiene una asíntota oblicua. Hállala y sitúa la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

Ejercicio nº 22.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 2}$$

halla su asíntota oblicua y representa la posición de la curva respecto a ella.

Ejercicio nº 23.-

a) La siguiente función, ¿tiene una asíntota horizontal o una asíntota oblicua?

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$$

b) Halla la asíntota (horizontal u oblicua) y representa la posición de la curva respecto a ella.

Ejercicio nº 24.-

Halla la asíntota oblicua de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$$

Ejercicio nº 25.-

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$. Si tiene alguna asíntota, representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

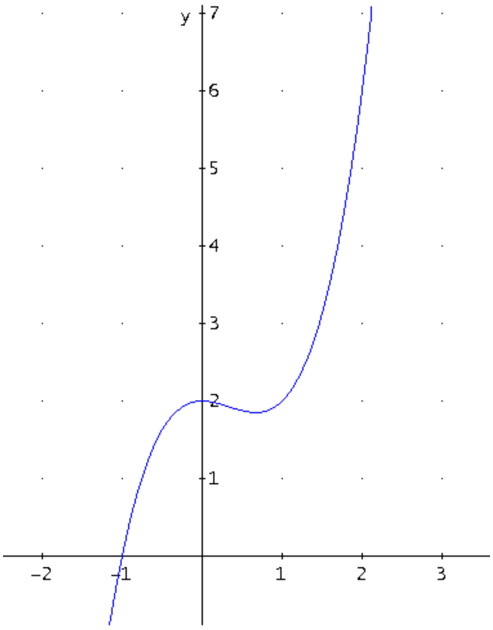
DEFINICIÓN DE DERIVADA

1. Calcula la tasa de variación media (TVM) de las siguientes funciones en los intervalos indicados:

a) $f(x) = x^2 - 3x + 1$, en el intervalo $[2, 5]$.

b) $f(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{x - 3}$, en el intervalo $[-3, -1]$

2. Calcula la TVM de la función $f(x) = x^3 - x^2 + 2$ en el intervalo [1 , 2] y en el intervalo [1 , 1,5]. Después, representa geométricamente los resultados obtenidos sobre su gráfica, indica los elementos básicos que definen la TVM y da una explicación de su significado.



DERIVADAS I

1. Utiliza las reglas de derivación para derivar $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ y obtén la derivada de esta función en los puntos $x = -1$, $x = \dfrac{4}{3}$, $x = \dfrac{1}{2}$ y $x = 3$. Después, de los cuatro puntos analizados, indica:

a) El punto donde la inclinación de la gráfica es mayor.

b) El punto donde la gráfica es decreciente.

c) El punto donde la gráfica es horizontal al eje de abcisas.

3. Utiliza las reglas de derivación para obtener la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = -2x^5 + 3x^2$ **h)** $f(x) = (x^2 + x - 1)^{-5}$ **o)** $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

b) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ **i)** $f(x) = (6x^3 - x^2)(1 - 3x^3)$ **p)** $f(x) = \sqrt{x^3 + 4x^2 - 1}$

c) $f(x)=\frac{5}{2}x^{6}-2x^{3}+1$

d) $f(x)=2x^{\frac{3}{2}}-3x^{\frac{3}{5}}$

e) $f(x)=(2x-3)^{4}$

f) $f(x)=(3x-x^{3})^{3}$

g) $f(x)=(x-1)^{-2}$

j) $f(x)=x^{4}(3x^{3}+x^{2})$

k) $f(x)=\dfrac{x^{2}-2x}{2x^{3}-3x}$

l) $f(x)=\dfrac{x^{3}-2}{x^{5}-1}$

m) $f(x)=\dfrac{1}{1+x-x^{3}}$

n) $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

q) $f(x)=\sqrt[3]{4x^{2}-1}$

r) $f(x)=\sqrt[4]{x-1}$

s) $f(x)=(x^{2}-5)^{\frac{2}{3}}$

t) $f(x)=(2x-1)\sqrt{x^{3}+4}$

u) $f(x)=\dfrac{(2x^{2}-1)}{\sqrt{x^{3}+4}}$

DERIVADAS II

2. Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $f(x)=(2x-1)\cdot e^{x^{2}-x}$ **b)** $f(x)=\ln^{3}(3x-2)$ **c)** $f(x)=\dfrac{e^{(x^{3}-x+1)}}{3x^{2}-1}$

d) $f(x)=(x^{2}+1)\cdot\ln(x^{3}+2)$ **e)** $f(x)=\dfrac{x+1}{\ln(x+1)}$

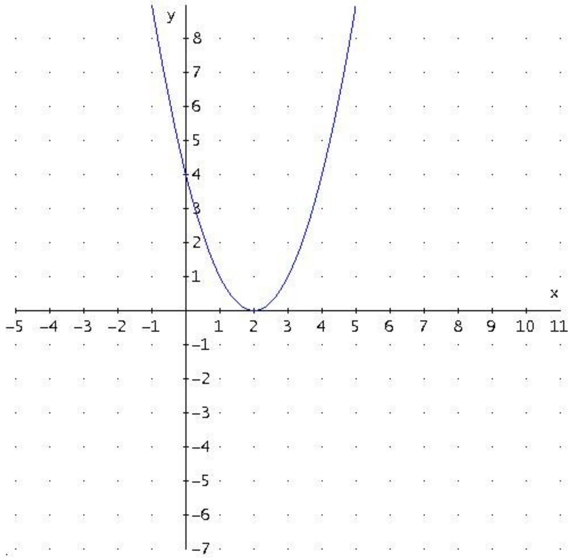
3. Deriva las siguientes funciones:

1) $f(x)=\frac{x^{3}}{3}-\frac{x^{2}}{4}+\frac{2}{3}$	2) $f(x)=\frac{x^{2}-2x+1}{5}$	3) $f(x)=(3x-2)e^{x}$
4) $f(x)=\frac{1}{x}-\frac{\sqrt[3]{x}}{3}+2x^{2}$	5) $f(x)=\frac{x^{3}-3x^{4}+2x+1}{x}$	6) $f(x)=\frac{3}{2x^{2}}-\frac{2x^{2}}{3}+\ln 5$
7) $f(x)=\sqrt{x}-\frac{2}{x^{3}}+\sqrt{5}$	8) $f(x)=\frac{2\sqrt{3}}{4}+\frac{3\ln x}{2}$	9) $f(x)=\frac{e^{x}}{x^{2}-1}$
10) $f(x)=\frac{x^{2}-1}{2x+1}$	11) $f(x)=(x^{2}-1)e^{x}-\ln x$	12) $f(x)=(x^{2}-1)^{4}$
13) $f(x)=\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{3}$	14) $f(x)=\frac{x+1}{(x-1)^{3}}$	15) $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+4}\right)$

16) $f(x)=2^{4x^2-1}\cdot\ln(8x)$	17) $f(x)=\dfrac{(2x+3)^2}{1-x}$	18) $f(x)=\dfrac{e^{5x+1}}{x+2}$
19) $f(x)=\dfrac{\ln^2 x}{x}$	20) $f(x)=\dfrac{xe^x}{x+2}$	21) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{3x+4}$
22) $f(x)=\sqrt{\dfrac{3x+1}{x+2}}$	23) $f(x)=\ln\left(\dfrac{2x-1}{3x+4}\right)$	24) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}(x^2-1)}{5}+\ln 4$
25) $f(x)=-(x^2-3x+5)\cdot(2x+4)$	26) $f(x)=5(6x^2+2x-1)^3$	27) $f(x)=\dfrac{1-x}{3x^3+x}$
28) $f(x)=\sqrt{(1+5x)^3}$	29) $f(x)=\sqrt[3]{(x^2+2x)^2}$	30) $f(x)=(2x+1)e^{2x+1}$
31) $f(x)=\dfrac{3e^x}{2x+1}$	32)	33) $f(x)=\ln(2x^2+3)^2$
34) $f(x)=\sqrt{\ln(3x)}$	35) $f(x)=\dfrac{\ln x^2}{\ln 3}$	36) $f(x)=(2x-x^3)^{-1}$
37) $f(x)=e^x\ln(x-2)$	38) $f(x)=3^{x^2+1}$	39) $f(x)=\sqrt[4]{\ln x}$
40)	41) $f(x)=x^2e^x+2x\ln x$	42) $f(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$
43) $f(x)=\dfrac{3x-2}{\ln x}$	44) $f(x)=\dfrac{3x}{(1+2x)^3}$	45) $f(x)=x^2\cdot e^{-x}$

APLICACIONES DE LA PRIMERA DERIVADA

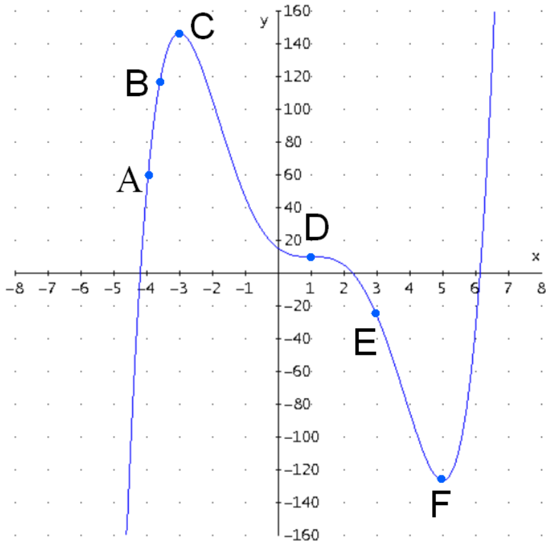
1. Calcula la recta tangente y la recta normal a la función $f(x) = x^2 - 4x + 4$ en el punto x = 3. Después, representa sobre la gráfica ambas rectas y comprueba mediante una tabla de valores, que las rectas halladas se corresponden con las representadas sobre los ejes.



2. Calcula la recta tangente y la recta normal a las siguientes funciones en los puntos indicados:

a) $f(x) = \dfrac{x-2}{x+1}$, en el punto $x = 1$

3. Fíjate en la gráfica de la función y en los puntos señalados y contesta:



a) ¿En qué puntos la derivada de la función es cero?

b) ¿En qué punto la derivada es mayor?

c) ¿En qué punto la derivada es negativa?

d) Indica los máximos y los mínimos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

4. Estudia la monotonía y los extremos relativos de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - 6x + 1$

d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

g) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2}$

b) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 1$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

h) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

c) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 6$

f) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x}$

i) $f(x) = xe^x$

APLICACIONES DE LA DERIVADA A LAS CIENCIAS SOCIALES

1. Se calcula que el valor de una acción *m* meses después de salir al mercado y durante el primer año, viene dado por la función $\mathrm{v}(m) = m^2 - 8m + 17$. Explica de forma razonada, en qué mes conviene comprar las acciones para adquirirlas al precio más ventajoso.

2. El rendimiento de un motor entre las 1 000 y las 5 000 rpm sigue la expresión $\mathrm{R}(x) = -x^2 + 5000x + 6000$ ¿A cuántas revoluciones por minuto el rendimiento es óptimo?

3. La temperatura, en ºC, a lo largo de una semana en una población ha variado según la función:

$$\mathrm{T}(t) = -0,25t^3 + 3t^2 - 9t + 10$$

Donde *t* representa el tiempo transcurrido en días, y $1 \leq t \leq 7$.

Analiza los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la temperatura, indicando:

a) Los días de esta semana en los que se alcanzó la mínima y la máxima.

b) ¿Cuál ha sido la temperatura mínima y máxima alcanzada durante estos días?

4. La función $\mathrm{B}(x) = -x^3 + 12x^2 + 60x + 3000$ calcula el número de bacterias dañinas que se encuentran en el organismo de un paciente. Si *x* indica el número de días desde que se empezó a tomar muestras:

a) Calcula cuántas bacterias tenía el paciente en el organismo inicialmente.

b) El décimo día se empezó un tratamiento experimental, ¿podrías concluir si dicho tratamiento surtió efecto? Razona tu respuesta

Un consultorio médico abre a las 5 de la tarde y cierra cuando no hay pacientes.
La expresión que representa el número medio de pacientes en función del tiempo en horas, t, que lleva abierto el consultorio es $N(t) = 4t - t^2$

a) **(1 punto)** ¿A qué hora el número medio de pacientes es máximo? ¿Cuál es ese máximo?

b) **(1 punto)** Sabiendo que el consultorio cierra cuando no hay pacientes, ¿a qué hora cerrará?

c) **(0.5 puntos)** Represente gráficamente $N(t) = 4t - t^2$, con $N(t) \geq 0$.

Un estudio acerca de la presencia de gases contaminantes en la atmósfera de una ciudad indica que el nivel de contaminación viene dado por la función:

$$C(t) = -0.2t^2 + 4t + 25, \quad 0 \leq t \leq 25 \quad (t = \text{años transcurridos desde el año 2000}).$$

a) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará un máximo en el nivel de contaminación?

b) **(1 punto)** ¿En qué año se alcanzará el nivel de contaminación cero?

La temperatura T, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo t, en horas, por la expresión:

$$T(t) = 40t - 10t^2 \quad \text{con} \quad 0 \leq t \leq 4.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente gráficamente la función T y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.

b) **(1.5 puntos)** ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en algún otro instante?

El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por:

$$f(t) = -t^2 + 12t - 31, \quad 4 \leq t \leq 7.$$

a) **(1.5 puntos)** Represente la gráfica de la función f.

b) **(1.5 puntos)** ¿Para qué valor de t alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿Para qué valor de t alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?

El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo t, en años, viene dado por la función $f(t) = -4t^2 + 60t - 15, \quad 1 \leq t \leq 8.$

a) **(1 punto)** ¿Cuál será el valor de las existencias para $t = 2$? ¿Y para $t = 4$?

b) **(1 punto)** ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?

c) **(1 punto)** ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 miles de euros?

PROBABILIDAD SIMPLE

1. Obtén la probabilidad de cada uno de los sucesos descritos en la actividad 1 de la ficha **Operaciones con sucesos.**

2. Obtén la probabilidad de cada uno de los sucesos descritos en el apartado c) de la actividad 3 de la ficha **Operaciones con sucesos.**

3. Obtén la probabilidad de cada uno de los sucesos descritos en la actividad 4 de la ficha anterior **Operaciones con sucesos,** suponiendo que elegimos un alumno al azar.

4. Lanzamos dos dados y anotamos la suma obtenida.

a) Describe el espacio muestral.

b) Calcula las probabilidades de cada uno de los sucesos.

5. Entre dos personas elegidas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hayan nacido el mismo día de la semana?

6. Dos amigos escriben al azar una vocal, cada uno en un papel. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos escriban la misma vocal?

7. Escribo tres cartas y los sobres con los destinatarios correspondientes. Introduzco cada carta en un sobre al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que solo una carta esté en el sobre correcto? ¿Y de que lo estén las tres?

8. ¿Cuál es la probabilidad de acertar un número entre 10? ¿Y de acertar 2?

9. Entre tres personas elegidas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que hayan nacido el mismo día de la semana?

OPERACIONES CON SUCESOS

1. Consideramos el espacio muestral formado por diez cartas numeradas del 1 al 10. Extraemos una carta al azar. Describe los siguientes sucesos:

A= “Obtener un número par” =

B= “Obtener un número impar” =

C= “Obtener un número menor o igual a 3” =

D= “Obtener un número primo” =

F = “Obtener un número menor o igual a 5” =

G= “Obtener un número mayor que 12” =

H= “Obtener un número natural” =

2. A partir de los sucesos descritos en la actividad anterior, realiza las siguientes operaciones:

$A \cup B =$	$A \cap B =$	$B \cap C =$	$C \cap F =$
$A \cup F =$	$C \cup F =$	$\overline{F} =$	$F - C =$

3. Lanzamos un dado y una moneda.

a) Describe el espacio muestral, E.

b) ¿Cuál es el cardinal de E?

c) Describe los siguientes sucesos:

A= “Obtener cara”

B= “Obtener un número par”

C= “Obtener un número mayor o igual a 4”

D= “Obtener un número impar y cruz”

d) En este experimento señala:

Un suceso imposible.

Un suceso seguro.

Dos sucesos complementarios.

PROBABILIDAD COMPUESTA

1. En una bolsa tenemos 10 caramelos de naranja, 5 de fresa y 3 de limón, del mismo tamaño. Extraemos tres caramelos al azar. Calcula:

a) La probabilidad de extraer uno de naranja, otro de fresa y otro de limón, en ese orden.

b) La probabilidad de extraer uno de naranja, otro de fresa y otro de limón, independientemente del orden.

c) La probabilidad de extraer los tres del mismo sabor.

2. De dos tiradores sabemos que uno hace dos dianas de cada tres disparos, y el otro consigue una diana de cada dos. Si los dos hacen un lanzamiento. Calcula:

a) La probabilidad de que ambos acierten.

b) La probabilidad de que solo acierte uno.

c) La probabilidad de que ambos fallen.

d) ¿Cuánto suman las tres probabilidades calculadas? ¿A qué se debe?

3. En una ciudad, el número de mujeres presentadas a una prueba de conocimientos de inglés fue de 860, de las que aprobaron el 80%. En el caso de los hombres, solo el 60% aprobaron. ¿Qué porcentaje de alumnos aprobó el examen si en total se presentaron 1 430 personas?

4. En una ciudad, el 55% de los habitantes tiene más de 40 años, el 60% tiene casa propia y el 40% es mayor de 40 y tiene casa propia.

a) ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona al azar y que no tenga casa propia?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga más de 40 años o tenga casa propia?

c) Calcula la probabilidad de que tenga casa propia, condicionado a que es mayor de 40 años.

5. La baraja española consta de diez cartas de espadas, diez cartas de oros, diez de bastos y diez de copas. Calcula la probabilidad de sacar al menos un oro al sacar dos cartas al azar en los supuestos siguientes:

a) Extrayendo las cartas con remplazamiento.

b) Extrayendo las cartas sin remplazamiento.

6. En un curso de 60 alumnos, 36 estudian francés, 15 estudian alemán y 8 estudian ambos idiomas. Calcula la probabilidad de que un alumno estudie francés, si elegido al azar estudia alemán.

TEOREMA DE BAYES

1. El 60% de los habitantes de un país están satisfechos con la situación política, y el 80% de esos habitantes tienen estudios superiores. De los no satisfechos con la situación política sólo el 20% tienen estudios superiores. Elegimos al azar un habitante de ese país y resulta tener estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que esté satisfecho con la situación política?

2. La ciudad A tiene el triple de habitantes que la ciudad B, pero la proporción de adolescentes de la ciudad B es el doble que la proporción de adolescentes en la ciudad A, que es de un 10%. Se elige un habitante al azar de una cuidad al azar y resulta ser adolescente. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de la ciudad A?

3. Una encuesta revela que el 30% de la población tiene estudios, de los cuales el 12% no tienen trabajo. El 70% no tiene estudios, y se tiene que un 25% no tienen trabajo. Determina:

a) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre las que tienen trabajo.

b) La probabilidad de que tenga estudios una persona elegida al azar entre las que no tienen trabajo.

4. Se estima que solo un 20% de los que compran acciones en bolsa tienen conocimientos bursátiles. De ellos el 80% obtiene beneficios. De los que compran acciones sin conocimientos bursátiles solo un 10% obtienen beneficios.

a) Calcula el tanto por ciento de los que compran acciones en bolsa que obtienen beneficios.

b) Si se elige al azar una persona que ha comprado acciones en la bolsa y resulta que ha obtenido beneficios, ¿cuál es la probabilidad de que tenga conocimientos bursátiles?

5. Una urna contiene dos monedas de plata y tres de cobre. Otra urna contiene cuatro monedas de plata y tres de cobre. Se elige una urna al azar y se extrae una moneda al azar que resulta ser de plata. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda haya sido extraída de la primera urna?

6. En una clase estudian mucho el 60%, y el resto estudian poco. De los alumnos que estudian mucho, aprueba el 80%, y de los alumnos que estudian poco solo aprueba el 10%. Después de hacer un examen, se eligió al azar un alumno y resultó que había suspendido. Determinar la probabilidad de que hubiese estudiado mucho.

7. En un aparato de radio hay presintonizadas tres emisoras A, B y C que emiten durante todo el día. La emisora A siempre ofrece música, mientras que la B y la C lo hacen la mitad del tiempo de emisión. Al encender la radio se sintoniza indistintamente cualquiera de las tres emisoras. Si al enchufar la radio no escuchamos música, calcular de forma razonada cuál es la probabilidad de que la emisora B esté sintonizada.

DIAGRAMAS DE ÁRBOL

1. Disponemos de una urna con 3 bolas rojas y 5 negras, y de otra urna con 2 bolas rojas y 1 negra. Lanzamos un dado. Si sale un seis, sacamos una bola de la primera urna, y si sale otro número, sacamos una bola de la segunda urna.

a) Elabora un diagrama de árbol para representar el experimento.

b) Calcula la probabilidad de extraer una bola roja.

2. En una población hay el doble de mujeres que de hombres. Un 40% de las mujeres lleva gafas, mientras que entre los hombres, solo lleva uno de cada cinco. Elabora un diagrama de árbol para representar esta información y calcula cuál es la probabilidad de elegir al azar una persona de este pueblo que no lleve gafas.

3. En una urna hay cuatro bolas blancas y dos rojas. Se lanza una moneda; si sale cara, se extrae una bola de la urna y si sale cruz, se extraen, sin remplazamiento, dos bolas de la urna.

a) Calcula la probabilidad de que se hayan extraído dos bolas rojas.

b) Calcula la probabilidad de que no se haya extraído ninguna bola roja.

4. En una determinada asignatura el 60% de los alumnos aprueba en junio. En septiembre aprueba el 80% de los presentados. Teniendo en cuenta que en septiembre se presentan todos los que suspenden en junio, calcula la probabilidad de seleccionar un alumno al azar que haya aprobado la asignatura.

5. En una población se ha determinado que de cada 100 aficionados al baloncesto, 25 son abonados del equipo A, 45 son abonados del equipo B y el resto son abonados del equipo C. Sabiendo que el 30% de los abonados de A, el 50% de B y todos los del equipo C son mayores de edad, determina la probabilidad de elegir al azar un aficionado al baloncesto de esa población que resulte ser mayor de edad.

6. En una caja tenemos diez bolas: cinco con números negativos y otras cinco con números positivos. Extraemos dos bolas y multiplicamos los números. ¿Qué es más probable, un resultado positivo o uno negativo?

7. La producción de una empresa la realizan a partes iguales tres turnos, de los que dos son diurnos y uno nocturno. El porcentaje de piezas defectuosas producidas en cada turno diurno es del 2%, y el porcentaje de piezas defectuosas producidas por el turno nocturno es del 5%. Si se toma una pieza al azar de un turno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

1.- Una compañía de seguros ha hecho un seguimiento durante un año a 50.000 coches de la marca A, a 20.000 de la marca B y a 30.000 de la C, que tenía asegurados, obteniendo que, de ellos, habían tenido accidente 650 coches de la marca A, 200 de la B y 150 de la C. A la vista de estos datos:
a) ¿Cuál de las tres marcas de coches tiene menos proporción de accidentes?.
b) Si, elegido al azar uno de los coches observados, ha tenido un accidentes, ¿cuál es la probabilidad de que sea la marca C?.

2.- Lanzamos un dado, si sale 5 o 6 extraemos una bola de la urna *A*, que contiene 6 bolas blancas y 4 negras. Si sale otro resultado se extrae una bola de la urna *B*, que contiene 3 bolas blancas y 7 negras. Calcule:
a) La probabilidad de que la bola extraída sea negra.
b) La probabilidad de que la bola sea negra y de la urna *B*.
c) La probabilidad de que haya salido menos de 5 si la bola extraída ha sido blanca.

3.- Una empresa dispone de tres máquinas *A*, *B* y *C*, que fabrican, respectivamente, el 60%, 30% y 10% de los artículos que comercializa.
El 5% de los artículos que fabrica *A*, el 4% de los de *B* y el 3% de los de *C* son defectuosos. Elegido, al azar, un artículo de los que se fabrican en la empresa:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y esté fabricado por la máquina C?.
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?.
c) Si sabemos que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina *A*?.

4.- Se sabe que el 44% de la población activa de cierta provincia está formada por mujeres. También se sabe que, de ellas, el 25% está en paro y que el 20% de los hombres de la población activa también están en paro.
a) Elegida, al azar, una persona de la población activa de esa provincia, calcule la probabilidad de que esté en paro.
b) Si hemos elegido, al azar, una persona que trabaja, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?.

5.- Un pescador tiene tres tipos de carnada de las que sólo una es adecuada para pescar salmón. Si utiliza la carnada correcta la probabilidad de que pesque un salmón es 1/3, mientras que si usa una de las inadecuadas esa probabilidad se reduce a 1/5
a) Si elige aleatoriamente la carnada, ¿cuál es la probabilidad de que pesque un salmón?.
b) Si ha pescado un salmón, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho con la carnada adecuada?.

6.- Tenemos dos bolsas, *A* y *B*. En la bolsa *A* hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En la bolsa *B* hay 6 bolas blancas y 2.rojas. Sacamos una bola de *A* y la pasamos a *B*. Después extraemos una bola de *B*.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de *B* sea blanca?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?

7.- El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?

b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?

8.- En una bolsa, *A*, hay 2 bolas negras y 3 rojas. En otra bolsa, *B*, hay 3 bolas negras, 4 rojas y 3 verdes. Extraemos una bola de *A* y la introducimos en la bolsa *B*. Posteriormente, sacamos una bola de *B*.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea roja?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas extraídas sean rojas?

9.- En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica la natación, así como el 60% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación?
b) Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

RESUMEN PROBABILIDAD

1.- En un grupo de matrimonios se ha observado que en el 50% la mujer tiene estudios universitarios. En un 30% de los matrimonios tanto el hombre como la mujer los tienen. Finalmente, en el 37.5% de los matrimonios en los que el marido tiene estudios universitarios la mujer los tiene.
a) ¿Qué probabilidad hay de que en un matrimonio el marido tenga estudios universitarios?
b) ¿En qué porcentaje de matrimonios en los que la mujer tiene estudios universitarios el marido también los tiene?
c) ¿En qué porcentaje de matrimonios el marido no tiene estudios universitarios y la mujer sí?

2.- En un grupo de personas, al 50% les han puesto alguna vez una multa de tráfico. Por otro lado, al 12‘5% no les han puesto nunca una multa pero sí han sufrido alguna vez un accidente. Finalmente, al 60% de quienes nunca han tenido un accidente no les han puesto nunca una multa.
a) ¿Qué porcentaje no han tenido nunca un accidente ni les han puesto una multa?
b) ¿Que porcentaje no han tenido nunca un accidente?
c) Entre las personas que nunca han tenido una multa, ¿qué porcentaje no han tenido nunca un accidente?

3.- En un grupo de amigos el 80% están casados. Entre los casados, el 75% tienen trabajo. Finalmente, un 5% no están casados y tampoco tienen trabajo.
a) ¿Que porcentaje no tiene trabajo?
b) Si uno tiene trabajo, ¿qué probabilidad hay de que esté casado?
c) ¿Qué porcentaje están casados entre los que no tienen trabajo?

4.- En una bolsa hay diez bolas iguales numeradas del 0 al 9 cada una. Si se extraen dos bolas de forma consecutiva y se anotan sus números:
a) Escribe todos los sucesos elementales que forman el suceso “la primera bola extraída ha sido un 5”.
b) ¿Cuántos números de dos cifras pueden formarse colocando las bolas por orden de extracción?
c)¿Cuál es la probabilidad de que el número formado sea mayor que 59?
d)¿Y la probabilidad de que termine en 3?

5.- En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.
a) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
b) Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcula la probabilidad de que el número premiado hoy termine también en 5.

Se truca una moneda de forma que la probabilidad de salir cara es doble que la de salir cruz.
a) Si se tira al aire calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos elementales.
b) Si se tira dos veces, ¿cuánto vale la probabilidad de obtener dos caras?
c) Si se tira tres veces, calcula la probabilidad de obtener dos cruces y una cara.

6.- Un juego consiste en lanzar tres monedas al aire. Si salen 3 caras o 3 cruces el jugador gana 7 puntos; en caso contrario el jugador pierde 2 puntos.
a) ¿Cuál es la probabilidad de ganar en la primera tirada?
b) ¿Cuál es la probabilidad de perder las dos primeras tiradas y ganar la tercera?
c) ¿Es un juego equitativo?

7.- En cierta floristería recibieron cantidades iguales de rosas y gladiolos, de color blanco o amarillo. El 60% de los gladiolos son de color amarillo, mientras que el 70% de las rosas son de color blanco.
a) Si elegimos una rosa, ¿qué probabilidad tenemos de que sea de color amarillo?
b) Si cogemos dos gladiolos, ¿cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?
c) ¿Qué proporción de flores son de color blanco?

8.- En una máquina se han fabricado 100 piezas, de las cuales 15 han presentado algún defecto.
a) Calcular la proporción de piezas que no son defectuosas.
b) Calcular la probabilidad de que si examinamos dos piezas, ambas resulten defectuosas.
c) Si probamos dos piezas y la primera es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda no lo sea?

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

1.- Un jugador encesta con probabilidad 0.55. Calcula la probabilidad de que al tirar 6 veces enceste:
a) 4 veces
b) todas las veces
c) ninguna vez

2.- Un jugador marca el 85% de los penaltis que intenta. Si lanza 8 penaltis calcular la probabilidad de que
a) marque más de 6 penaltis
b) marque al menos 6 penaltis

3.- La probabilidad de que un tirador acierte en el blanco es de 1/4. Si tira 5 veces calcular la probabilidad de que
a) acierte como máximo 2 veces
b) acierte alguna vez

4.- El 5% de los clientes de una entidad bancaria son morosos. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar al menos un moroso entre 10 clientes elegidos al azar?

5.- El 10% de los huevos de un supermercado están rotos. Halla la probabilidad de que un cliente que compra media docena de huevos encuentre como mucho un huevo roto.

6.- En cierto instituto aprueba la asignatura de filosofía el 80% de los alumnos. ¿Cuál es la probabilidad de que de un grupo de 8 alumnos elegidos al azar hayan aprobado 6 alumnos?

7.- La probabilidad de romper una galleta al ser envasada es el 1%. Si en un envase hay 10 galletas, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una galleta esté rota debido a la operación de envasado?