

## NÚMEROS REALES

1. Simplifica, sacando de la raíz todos los factores que puedas:

a)  $\sqrt{8} =$

d)  $\sqrt[10]{x^{14}} =$

g)  $\sqrt[3]{81} =$

b)  $\sqrt[3]{16} =$

e)  $\sqrt[3]{x^{25}} =$

h)  $\sqrt[5]{128} =$

c)  $\sqrt[5]{2^{11}} =$

f)  $\sqrt[3]{x^{15}} =$

i)  $\sqrt{1024} =$

2. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $\sqrt{a^3 \cdot 27} =$

c)  $\sqrt[5]{-64x^6} =$

e)  $\sqrt[3]{648} =$

g)  $\sqrt[3]{\frac{81}{x^5}} =$

i)  $\sqrt[5]{\frac{1}{64}} =$

b)  $\sqrt[5]{y^{15}x^{10}} =$

d)  $\sqrt{8x+8} =$

f)  $\sqrt[3]{(8x)^5} =$

h)  $\sqrt{25x^2 + 25x^3} =$

3. Reduce a índice común los siguientes radicales:

b)  $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[5]{a}$

d)  $\sqrt{8}, \sqrt[10]{2}, \sqrt[3]{16}$

a)  $\sqrt[6]{a^3}, \sqrt[3]{a^2}, \sqrt{a^3}$

c)  $\sqrt[5]{a}, \sqrt{b^5}, \sqrt{c^3}$

## LOGARITMOS

1. Calcula los siguientes logaritmos a partir de su definición:

a)  $\log_4 16 =$

d)  $\log \sqrt{0,01} =$

b)  $\log 0,001 =$

e)  $\log_2 \frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{2}} =$

c)  $\log_3 1 =$

f)  $\log_5 \frac{\sqrt{125}}{5 \cdot \sqrt[3]{5}} =$

2. Si  $\log 2 \approx 0,301$  calcula una aproximación de los siguientes logaritmos:

a)  $\log 16 =$

d)  $\log \sqrt[4]{0,2} =$

b)  $\log \frac{1}{4} =$

e)  $\log \sqrt[5]{\frac{1}{2}} =$

c)  $\log \sqrt[3]{32} =$

f)  $\log 400 =$

3. Expresa como un solo logaritmo las siguientes expresiones:

a)  $5\log_2 A + 3\log_2 B =$

b)  $\frac{1}{2}\ln A + 2\ln B - 3\ln C =$

c)  $\frac{1}{2}\log A - \frac{3}{2}\log B =$

4. Halla el valor de x, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 15$

b)  $\log x + 2\log 2 = 2\log 3 + \log 12$

## OPERACIONES CON RADICALES

1. Efectúa las operaciones y simplifica:

a)  $\sqrt[3]{3^8} \cdot \sqrt[3]{3^{-5}} =$

f)  $\sqrt[3]{2^5} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} =$

$$\text{b) } \sqrt{6} \cdot \sqrt{2^5} \cdot \sqrt{24} =$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[3]{(2x)^3} \cdot \sqrt[3]{2x^4} =$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2^{-4}}} =$$

$$\text{e) } \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{48}} =$$

$$\text{g) } \sqrt[3]{\sqrt{3^5}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} =$$

$$\text{h) } \sqrt{2^5} \cdot \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[3]{2} =$$

$$\text{i) } \sqrt{x^3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x}} \cdot x^2 =$$

$$\text{j) } \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{125}}{3}} =$$

2. Calcula y simplifica:

$$\text{a) } \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$$

$$\text{b) } 3 \cdot \sqrt{75} - 5 \cdot \sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{27} =$$

$$\text{c) } 3 \cdot \sqrt{32x^3} + \sqrt{50x} - \sqrt{200x^3} - 2 \cdot \sqrt{8x} =$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{\frac{16}{375}} + \sqrt{\frac{100x}{3}} + \sqrt[3]{\frac{128}{81}} + \sqrt{\frac{4x}{27}} =$$

3. Racionaliza las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \frac{1}{\sqrt{3}} =$$

$$\text{b) } \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$$

$$\text{c) } \frac{2}{\sqrt[3]{5^2}} =$$

$$\text{d) } \frac{5}{3\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$$

$$\text{e) } \frac{-3}{5 - 4\sqrt{2}} =$$

4.

Expresa con una única raíz:

$$\text{a) } \sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$$

$$\text{c) } (\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}) : \sqrt{a}$$

5.

Calcula y simplifica:

$$\text{a) } 5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$$

6.

Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

$$\text{a) } 3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$$

$$\text{c) } 7\sqrt[3]{81a} - 2\sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$$

7.

Racionaliza y simplifica:

$$\text{a) } \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}}$$

$$\text{b) } \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}}$$

$$\text{c) } \frac{1}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$$

$$\text{d) } \frac{3}{\sqrt{5} - 2}$$

$$\text{e) } \frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$$

$$\text{f) } \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$$



14.

Halla el valor de  $x$  en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

a)  $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b)  $\log x = \log 36 - \log 9$

c)  $\ln x = 3 \ln 5$

d)  $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e)  $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

Calcula la base de cada caso:

a)  $\log_x 1/4 = 2$

b)  $\log_x 2 = 1/2$

c)  $\log_x 0,04 = -2$

d)  $\log_x 4 = -1/2$

➡ Aplica la definición de logaritmo y las propiedades de las potencias para despejar  $x$ .

En c),  $x^{-2} = 0,04 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{100}$ .

## POLINOMIOS

### FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

1. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios de segundo grado:

a)  $x^2 - 13x + 30 =$

c)  $2x^2 + 13x + 15 =$

b)  $x^2 - 10x + 16 =$

d)  $4x^2 - 24x + 11 =$

2. Escribe la factorización completa de los siguientes polinomios:

a)  $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 =$

d)  $3x^3 - 5x^2 - 12x + 20 =$

b)  $x^3 - x^2 - 8x + 12 =$

e)  $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 =$

c)  $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 =$

f)  $x^3 - 2x^2 - x + 2 =$

3. Escribe la factorización de los siguientes polinomios, sin hallar las raíces:

a)  $x^2 - 5x =$

b)  $x^2 - 25 =$

c)  $x^7 - 4x^5 =$

d)  $x - x^3 =$

e)  $x^5 - 16x =$

### OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRÁICAS

1. Calcula y simplifica:

a)  $\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2}\right) =$

b)  $\left(2 + \frac{1}{x}\right) + \frac{x}{x-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) =$

c)  $\left(x - \frac{1}{x}\right) : \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) =$

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES

1. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a)  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

b)  $x^2 + 5x = 0$

c)  $3x^2 - 18 = 0$

d)  $x^2 - 2 = 0$

e)  $x^2 + 3(x - x^2) - 5 = 5(x - 1)$

f)  $(x - 2)^2 + 3(x - 1) = 6 + (1 - x^2)$

g)  $(2x - 1) - \frac{x^2 + 5x + 1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{(x - 2)^2}{2}$

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE GRADO IGUAL O MAYOR QUE 3

1. Resuelve las siguientes ecuaciones sin hacer operaciones:

a)  $(x - 1)(x - 2)(x + 3) = 0$

c)  $(x - 3)^3(x^2 - 1) = 0$

b)  $x^2(x - 5)(x + 7) = 0$

d)  $5x(x^2 - 4)(x - 2)(x^2 - 5) = 0$

2. Factoriza el polinomio  $P(x)$  de cada una de las siguientes ecuaciones del tipo  $P(x) = 0$ , y halla las soluciones.

a)  $x^4 + x^3 = 0$

c)  $(2x^2 + 1)(x + 1) - (x^2 + 5)(x + 1) = 0$

b)  $x^4 - 1 = 0$

d)  $(x^5 - x^4)(x^4 - 4) = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $x^3 - 7x^2 + 7x + 15 = 0$

d)  $3x^4 + 7x^3 - 6x^2 - 12x + 8 = 0$

b)  $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$

e)  $x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2 = 0$

c)  $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12 = 0$

f)  $6x^5 - 17x^4 - 11x^3 + 23x^2 + 5x - 6 = 0$

### RESOLUCIÓN DE ECUACIONES BICUADRADAS, RACIONALES Y CON RADICALES

1. Entre las siguientes ecuaciones, hay una que tiene dos soluciones, y dos que no tienen solución. Identifícalas.

a)  $x^4 + x^2 + 1 = 0$

c)  $16x^4 - 104x^2 + 25 = 0$

b)  $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

d)  $10x^4 + 2x^2 + 1 = 0$

2. Las siguientes ecuaciones pueden resolverse de manera análoga al método utilizado en las ecuaciones bicuadradas. Haciendo el cambio de variable adecuado, resuelve:

a)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

b)  $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} = 2$

c)  $\frac{x}{x^2 - 3x + 2} = \frac{2}{x-2} + \frac{4-x}{x-1}$

b)  $\frac{x+3}{x+1} + 3(x+1) = \frac{5x+11}{2}$

d)  $\frac{3x}{x^2 - 1} = \frac{x-2}{x+1} + \frac{x+4}{4x-4}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones con radicales:

a)  $x - 1 = \sqrt{9 - 4x}$

c)  $\sqrt{2 - 5x} + \sqrt{3x} = \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{1 + 3x} = \sqrt{x + 8} + 1$

d)  $\sqrt{2x - 5} - \sqrt{x - 3} = \sqrt{x - 2}$

## RESOLUCIÓN DE ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

1. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a)  $3^x = 81$

d)  $2^{x^2-4x} = \frac{1}{8}$

b)  $2^{3-x} = \frac{1}{16}$

e)  $\frac{3^x}{27} = 9^{x-3}$

c)  $16^{x+3} = \sqrt{2^{x+10}}$

f)  $125 \cdot 5^{2x} = 1$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log_2 x = 3$

e)  $\log_3 x + \log_3 3 = \log_3(5x+3) - \log_3 2$

b)  $\log_3(x^2 + 8x) = 2$

f)  $\log_2 5 + 2\log_2 x = \log_2 2 + \log_2(x^2 + 3x)$

c)  $\log(3x+1) = 1$

g)  $\log(3x-1) + \log 5 = 2$

d)  $\ln(x^2 - 3) = 0$

h)  $\ln(x^2 - 5) - \ln 4 = 0$

## SISTEMAS LINEALES DE DOS INCÓGNITAS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) 
$$\left. \begin{aligned} \frac{2x-1}{3} + \frac{y-4}{2} &= \frac{3}{2} \\ \frac{x-1}{2} + \frac{2(y+1)}{3} &= \frac{9}{2} \end{aligned} \right\}$$

b) 
$$\left. \begin{aligned} 2x+3(y-2x) &= 8 \\ \frac{x-y}{5} - \frac{2(y+1)}{2} &= -\frac{7}{2} \end{aligned} \right\}$$

## MÉTODO DE GAUSS. DISCUSIÓN Y RESOLUCIÓN

1. Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas lineales compatibles determinados:

a) 
$$\left. \begin{aligned} x-y+z &= -2 \\ 3x-2y+z &= 1 \\ -x+3y+2z &= -5 \end{aligned} \right\}$$

c) 
$$\left. \begin{aligned} 4x+4y+12z &= -1 \\ 2y+z &= 1 \\ x+2y+2z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

b) 
$$\left. \begin{aligned} 2x+y+3z &= 3 \\ 5x-y+z &= 4 \\ -3x+4y+2z &= 1 \end{aligned} \right\}$$

## INECUACIONES

1. Resuelve las siguientes inecuaciones lineales con una incógnita:

a)  $5x - 5 \leq 2x + 1$

e)  $-2x + 3 < 1 - x + 5(x - 2)$

b)  $x - 5(x - 1) > 2(x + 3)$

f)  $\frac{5x-1}{4} - \frac{1+6x}{5} \leq -\frac{1}{2}$

c)  $2(1-x) + 5 \geq 3x + 4$

g)  $1 - \frac{2x-3}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4x+5}{6} < \frac{11}{3}$

d)  $x - 8(x + 2) < 1 - 9(x - 1)$

h)  $\frac{2x^2-1}{5} + \frac{x-1}{2} + \frac{4x^2+5}{10} \geq \frac{5x+2}{10}$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $x^2 + x - 6 \leq 0$

d)  $2(x^2 + 3x) > x + 3$

b)  $18x^2 + 21x - 4 > 0$

e)  $5(x-1) + 3x \geq x(x-1) + 3$

c)  $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \geq -6 \end{cases}$

## DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

1. Calcula el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{2x-3} \quad \text{c) } f(x) = \frac{2}{(x-3)(2x+5)} \quad \text{e) } f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$$

$$\text{b) } f(x) = \frac{2}{x^2 - 3x} \quad \text{d) } f(x) = \sqrt{3x-5} \quad \text{f) } f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x+1}}$$

2. Calcula

$$\text{i) } f(x) = 3x + 2 \quad g(x) = \frac{x}{x+1}$$

a)  $f \circ g(x) =$

b)  $g \circ f(x) =$

c)  $f \circ f(x) =$

d)  $g \circ g(x) =$

ii) Las funciones  $f$  y  $g$  están definidas por  $f(x) = \frac{x^2}{3}$  y  $g(x) = x + 1$ . Calcula:

a)  $f \circ g(x) =$

b)  $g \circ f(x) =$

3. Calcula la función inversa de:

a)  $y = \frac{-2x-1}{5}$

b)  $y = 4 - x^2$

c)  $y = \frac{7+x}{x}$

d)  $y = \sqrt{1-x^2}$

## Limites

1. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( 3 - \frac{x}{2} \right) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2-x}{x-3} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2) =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - 3}{1 - x - 2x^5} =$

$\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{-3x - x^3} =$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{4x-1} =$

2. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{1}{x+2} & \text{si } -1 < x \leq 1, \\ x^2 - 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$  calcula:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

d)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

3. Calcula los siguientes límites, teniendo en cuenta que para determinar si la solución es  $+\infty$  o  $-\infty$  tendrás que analizar los límites laterales:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x-1} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2}{x} =$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x+2}{x-1} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{3-x} =$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{(2-x)^2} =$

4. Indica las asíntotas verticales que has obtenido en la actividad anterior,

5. Calcula los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x^2 =$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x - x^3 =$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - x^2}{1 + x - x^5} =$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 - 3x^5 =$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x^3 + x^2} =$

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - x^2 - x}{1 - 3x^3} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 5x^4 - 2x^3 =$

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 3x^2}{1 - x - x^5} =$

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 5}{-3x^3 + x^2} =$

1) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - x^2 - 4)$	2) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 5x + 3)$	3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x+2}$	4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 - 3x^2 + x + 3)$
5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 - 3x^2 + x + 3)$	6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$	7) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x + 6}{5x^2 + 3}$	8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3 + x^2 + 1}{x^5 - 7}$
9) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x + 2}{x^2 + 1}$	10) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2}{x - 5}$	11) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{x^2 - 1}$
13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 2}$	14) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 1}$	15) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x}{x-1}\right)^3$	16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 3}{x^2 - 3}$
17) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$	18) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$	19) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$	20) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + x + 14}{x^3 + x^2 + 2}$
21) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$	22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4}{x^3 + x^2}$	23) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{\frac{x^2 + 2x}{2x}}$	24) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}}$
25) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 - 1}$	26) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$	27) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2}{x^3 - x^2 + x}$	28) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 5x + 6}{5x^2 + 3}$
29) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$	30) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 2x + 5}{x^5}$	31) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$	32) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{24x^3 - x^2}{12x^3 + 6}$



33) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-5}{x^2+3}$	34) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x+5}{2} - \frac{x^2-1}{x} \right)$	35) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1}{x^2-4x+4}}$	36) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{\frac{8x-1}{x}}$
37) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x-\sqrt{5}}{x^2-5}$	38) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x+1}$	39) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-4}{x-9}$	40) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2x-1}{5x^3+2x-7}$
41) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2+16}$	42) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3+4x^2-x}{-2x^2+1}$	43) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x^3}{-2}$	44) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{x^2-9}$
45) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+1}{7x^2} \cdot \frac{x^2}{x-1} \right)$	46) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2}{x-4}$	47) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+x^2-4x-4}{x^2+x-6}$	48) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x - \frac{x^2}{x+2} \right)$
49)	50)	51)	52)
53) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$	54) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+1}$	55) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{x^2-49}$	56) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x}-1}$
57) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+3}{x+2}$	58) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2+x}$	59) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2}$	60) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2}$
61) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3}$	62) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2}$	63) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$	64) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2-4x+1}{x-1}$
65) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2-9}$	66) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^3-27}$	67) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2-x+1}{x+1} - x \right)$	68) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2-5x}{x+1} - \frac{3x}{2} \right)$
69) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2}{x+1} \right)$	70) $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{3}{2x-2} \right)$	71) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2+3}{x-2}$	72) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2+16x+30}{x^2+7x+12}$
73) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2-3x+1}{2x-1}$	74) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$	75) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+5}{\sqrt{1-x}+1}$	76)

## CONTINUIDAD

3. Estudia la continuidad de las siguientes funciones definidas a trozos en los puntos indicados:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2-2 & \text{si } x > -1 \end{cases} \text{ en } x = -1 \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-5}{2} & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \\ \frac{-1-x^2}{2x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \text{ en } x = 1$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-2} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{3-x^2}{6} & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en } x = 0 \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x^2+4x+4} & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{2-x-x^2}{2} & \text{si } x > -2 \end{cases} \text{ en } x = -2$$

4. Calcula el valor del parámetro  $k$  para que estas funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-k & \text{si } x \leq 2 \\ 3k-2x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} 2^x-3k & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x-k}{6} & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

5. Calcula  $a$  y  $b$  para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} ax - b + 1 & \text{si } x \leq -1 \\ 3x - 2a + 3 & \text{si } -1 < x \leq 2 \\ 5b + a - x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

1

Hallar el valor de  $k$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & \text{si } x \neq 3 \\ k & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

sea continua  $\forall \mathbb{R}$ . (Soluc:  $k=6$ )

2

Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 5x + 2} & \text{si } x \neq 1/2 \\ 5/3 & \text{si } x = 1/2 \end{cases}$$

(Soluc: discontinua asintótica en  $x=2$ )

3

Calcular cuánto debe valer  $a$  para que la siguiente función sea continua  $\forall \mathbb{R}$ :

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3 - ax^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(Soluc:  $a=0$ )

Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } 0 < x < 1 \\ ax^2 + b & \text{si } 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

4

Determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que  $f(x)$  sea continua y  $f(2)=3$  (Soluc:  $a=1$  y  $b=-1$ )

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

hallar  $a$  y  $b$  para que la función sea continua y dibujar la gráfica de la función. (Soluc:  $a=3$  y  $b=-1$ )

## ASÍNTOTAS Y RAMAS

### Ejercicio nº 1.-

Halla las asíntotas verticales de:

$$f(x) = \frac{1}{4 - x^2}$$

y sitúa la curva respecto a ellas.

### Ejercicio nº 2.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$$

### Ejercicio nº 3.-

Halla las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x + 2)^2}$$

### Ejercicio nº 4.-

Averigua las asíntotas verticales de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - x - 2}$$

### Ejercicio nº 5.-

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$$

halla sus asíntotas verticales y sitúa la curva respecto a ellas.

### Ejercicio nº 6.-

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la función :

$$f(x) = \frac{-x^3 + x}{2}$$

Representa gráficamente los resultados obtenidos.

**Ejercicio nº 7.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$ , de las siguientes funciones y representala información que obtengas:

a)  $f(x) = (x + 2)^4$

b)  $f(x) = x - x^2$

**Ejercicio nº 8.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de las siguientes funciones y representalos resultados que obtengas:

a)  $f(x) = (x - 1)^3$

b)  $f(x) = x^2 - x$

**Ejercicio nº 9.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow -\infty$  y  $x \rightarrow +\infty$  de la siguiente función y representa los resultados obtenidos:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x$$

**Ejercicio nº 10.-**

Halla los límites cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , y representa las ramas correspondientes para la función:

$$f(x) = (3 - x)^3$$

**Ejercicio nº 11.-**

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{2x + 1}$$

**Ejercicio nº 12.-**

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ :

$$f(x) = \frac{1 - x^4}{x^2}$$

**Ejercicio nº 13.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1}$$

**Ejercicio nº 14.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la función:

$$f(x) = \frac{2x^3 + x}{1 - x}$$

Representa la información obtenida.

**Ejercicio nº 15.-**

Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 3}$$

halla sus ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , y representalos resultados obtenidos.

**Ejercicio nº 16.-**

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ :

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{2 - x}$$

**Ejercicio nº 17.-**

Estudia el comportamiento de la siguiente función, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , y representa las ramas que obtengas:

$$f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 2}$$

**Ejercicio nº 18.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la siguiente función y sitúa la curva respecto a ellas:

$$f(x) = \frac{x}{x + 2}$$

**Ejercicio nº 19.-**

Halla las ramas infinitas, cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ , de la siguiente función y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

**Ejercicio nº 20.-**

Dada la función:

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{x^3}$$

Estudia su comportamiento en  $+\infty$  y  $-\infty$

**Ejercicio nº 21.-**

La siguiente función tiene una asíntota oblicua. Hállala y sitúa la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$$

**Ejercicio nº 22.-**

Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 2}$$

halla su asíntota oblicua y representa la posición de la curva respecto a ella.

**Ejercicio nº 23.-**

a) La siguiente función, ¿tiene una asíntota horizontal o una asíntota oblicua?

$$f(x) = \frac{3x^2 - 2}{x + 2}$$

b) Halla la asíntota (horizontal u oblicua) y representa la posición de la curva respecto a ella.

**Ejercicio nº 24.-**

Halla la asíntota oblicua de la siguiente función y representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$$

**Ejercicio nº 25.-**

Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando  $x \rightarrow +\infty$  y cuando  $x \rightarrow -\infty$ . Si tiene alguna asíntota, representa la posición de la curva respecto a ella:

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$







4- Ninguna bola es roja

3º

A partir de las dos rectas de regresión siguientes: la recta de regresión de Y sobre X  $y = 8,7 - 0,76x$  ; y la recta de regresión de X sobre Y es:  $y = 11,36 - 1,3x$

- i) Calcula  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$
- ii) Calcula el coeficiente de correlación

4º

Lanzamos 10 dados. Calcula las probabilidades de 3 ases, 5 ases y 6 ases. Halla los valores de  $\mu$  y  $\sigma$ .

5º

Lanzamos tres dados y anotamos el número de cincos que obtenemos.

a ¿Cuál es la distribución de probabilidad?

b Calcula la media y la desviación típica.